



谈谈科学研究与教学

北京大学退休教授
武际可

提 要

- 1.名人说教学
- 2.教师进行科学研究是好的教学的必要条件
- 3.对教学内容的研究
- 4.充实教学内容的研究
- 5.开拓新教学领域的研究
- 6.小结

1.名人说教学

陶行知论教育

- 教育是依据生活、为了生活的“生活教育”，培养的行动能力、思考能力和创造力的人。



1891—1946

蔡元培论教育

- “教育是帮助被教育的人，给他能发挥自己的才能，完成他的人格，于人类文化上能尽一分子的责任；不是把被教育的人，造成一种特别器具，给抱有他们目的的人去应用的”。

蔡元培 《教育独立议》



蔡元培

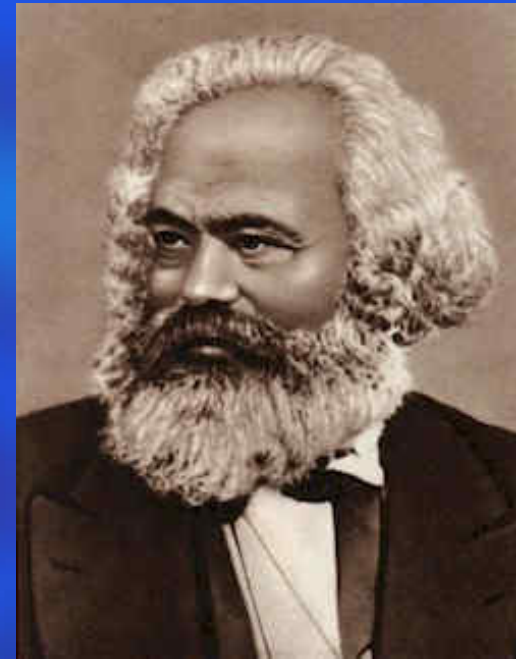
1868—1940

马克思、恩格斯论教育

- 马克思、恩格斯：教育是促进“个人的独创的自由发展”。



恩格斯
Friedrich
Engels
1820-1895



马克思
Karl Marx
1818-1883

雅斯贝尔斯论教育

（德国哲学家,精神病学家）

- 教育是人的灵魂的教育，而非理性知识的堆积。
- 黄全愈：教育“重要的不是往车上装货，而是向油箱注油”。（现代旅美教育学家）

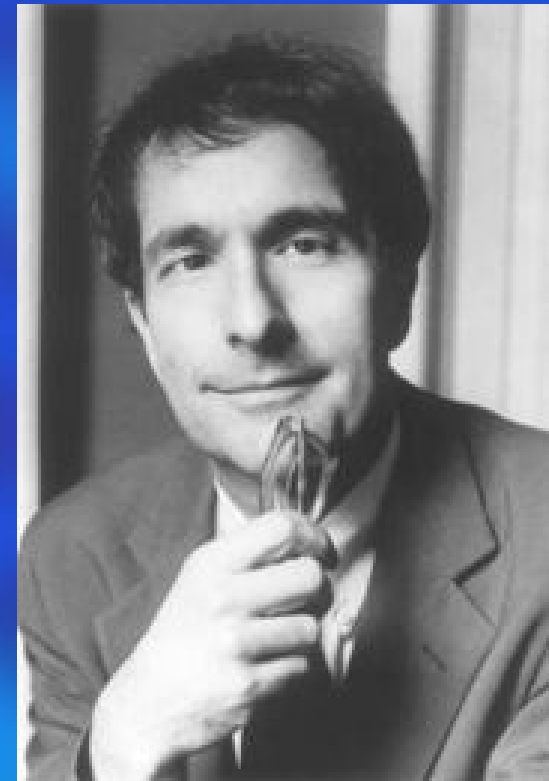


1883—1969

霍华德·加德纳

(美国心理学家, 1943—)

- 什么叫教育？教育是让小孩子体验发现世界是怎样一回事，教育者在其中可以起到什么作用。



联合国对教育的定义

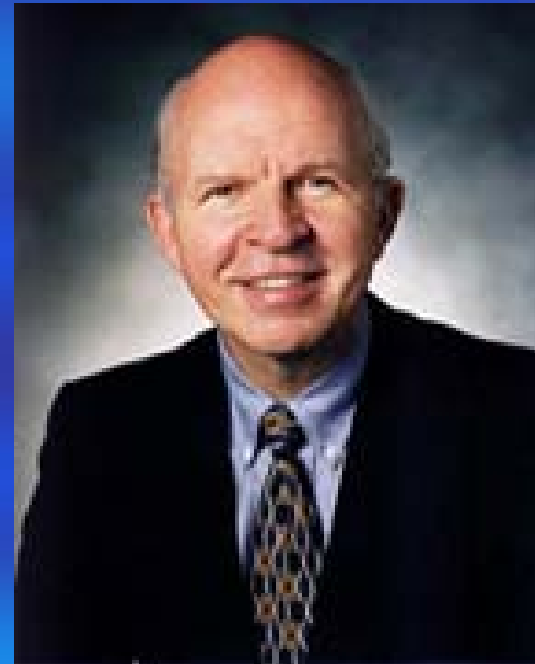
- 国际21世纪教育委员会向联合国教科文组织提交的教育研究报告说：教育是“保证人人享有他们为充分发挥自己的才能和尽可能牢牢掌握自己的命运而需要的思想、判断、感情和想像方面的自由”。

Dr. John E. Roueche

美国教育家

- Teachers who cannot keep students involved and excited for several hours in the classroom should not be there.

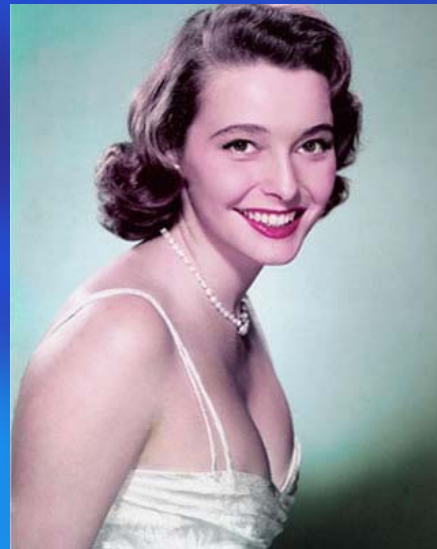
John Roueche



Patricia Neal (1926-) quotes

美国著名演员

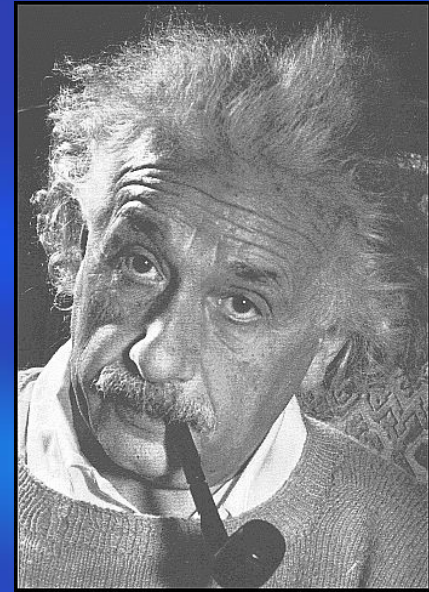
- A master can tell you what he expects of you. A teacher, though, awakens your own expectations.



爱因斯坦

(1879-1955)

- 唤起独创性的表现与求知之乐，
是为为人师者至高无比的秘方。



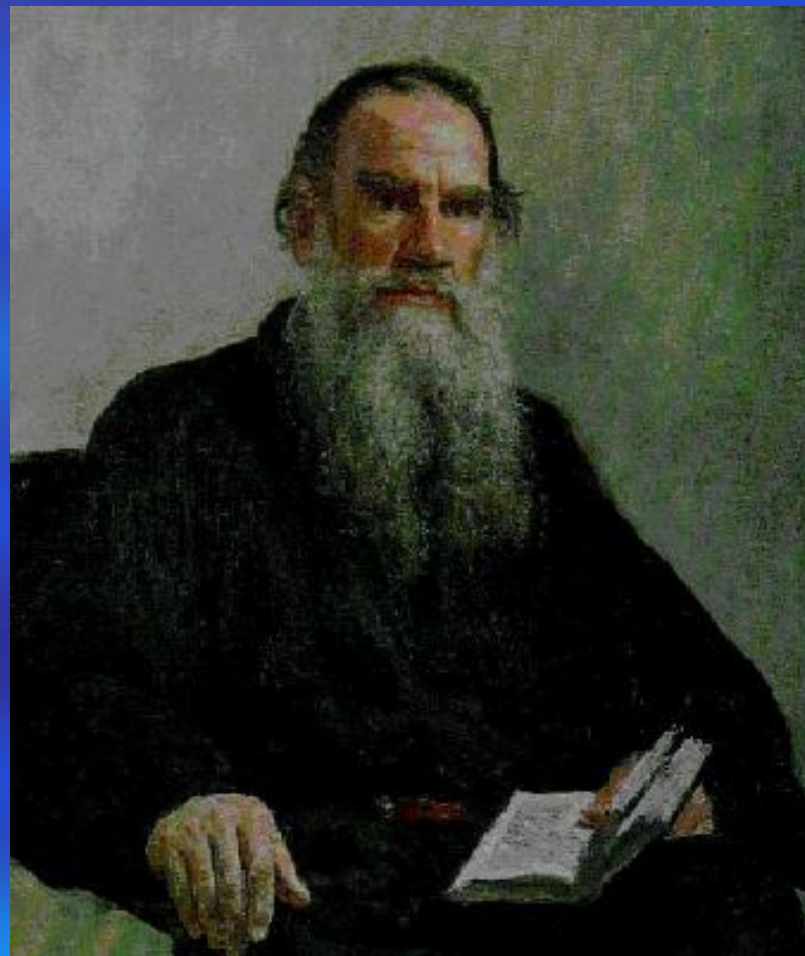
学校的目标始终应当是：青年人在离开学校时，是作为一个和谐的人，而不是作为一个专家。……发展独立思考和独立判断的一般能力，应当始终放在首位，而不应当把获得专业知识放在首位。

托尔斯泰

1828—1910

- 如果学生在学校里学习的结果是使自己什么也不会创造，那他的一生将永远是模仿和抄袭。

---列夫 托尔斯泰



中国古语

- 师者，所以传道、授业、解惑也。（韩愈）
- 善歌者使人继其声，善教者使人继其志。
（礼记《学记》篇）
- 知之者不如好之者，好之者不如乐知者。（孔子）
- 授人以鱼不如授人以渔。（古语）
- 举一反三（孔子）

Every truth has four corners: as a teacher I give you one corner, and it is for you to find the other three.

Confucius

2. 教师进行科学研究是好的教学的 必要条件

对名人谈教育的总结

- 1.教育要求学生有创造力,教师首先要有创造力。
 - 2.教育要求学生有独立人格,教师首先要有独立人格,不人云亦云。
 - 3.教育要求学生有求知欲,教师首先要有强烈的求知欲。
 - 4.教育要求学生所学的有兴趣,教师首先要所教的课题有兴趣。
- 一句话:为人师表,才能感染学生。最重要的,是教师要有独立研究问题的兴趣,并且取得相当的成就。这是好教师的一个必要条件。
(当然,一个好的教师还要有好的道德修养、好的文学修养、对有关知识的历史渊源清楚等等)

教师进行科学研究的三个层次

- 对教学内容的研究——是把课讲出新意所必须
 - 充实教学内容的研究——是灵活应用所学知识，扩充所教内容的保证
 - 开拓新教学领域的研究——是创立新学科开辟新领域的研究
- 这三方面是相辅相成、相互渗透、密不可分的。

3.对教学内容的研究

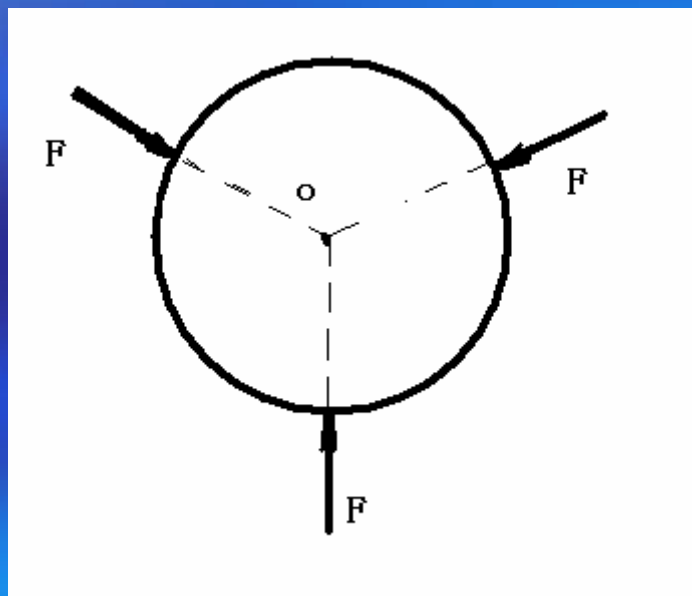
- 一般人把研究与教学对立起来。认为教学费力就会没有时间研究。其实教学本身就充满可以研究的课题。教学本身是一项创造性的工作，而不是单纯重复性的工作。只有在教学中不断创造，才能教好。
- 我们举两方面的例子
- 即，紧密结合课程内容的研究，给出新讲法、新说明、新证明。
- 这种研究有时可以开拓出新的领域。

新讲法、新说明、新证明 的例子

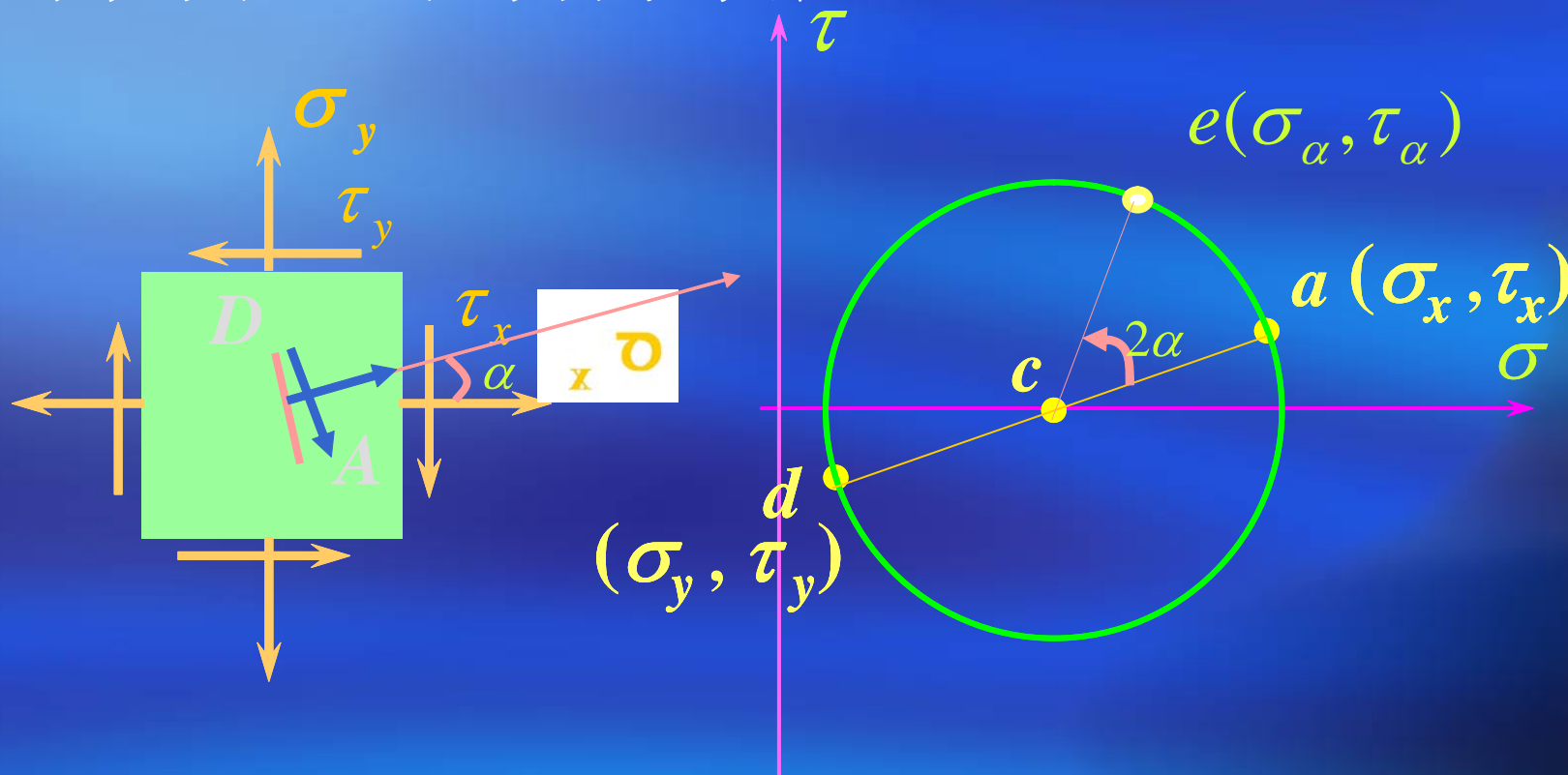
- 例一、弹性圆盘中心的应力
- 例二、费曼讲宇宙速度
- 例三、项武义讲椭圆

例一、试求弹性圆盘中心的应力

- 这是第一届力学竞赛的一个题

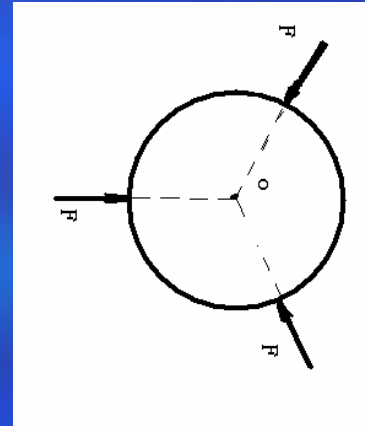
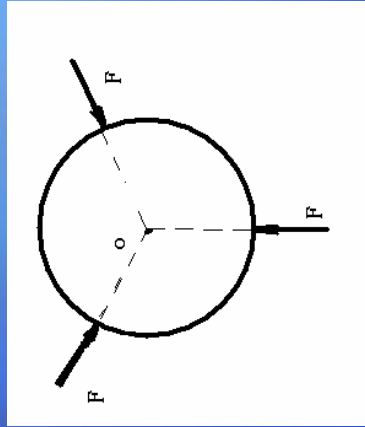


1). 利用对称性可以知道 σ_x, σ_y 相等 τ_x 为零
即在圆心处应力为球张量。



E点(横、纵坐标): 代表了 α 斜截面上的
正应力和剪应力

2). 由弹性力学知道，既然中心处应力是球张量，它与三个外力的作用角度无关

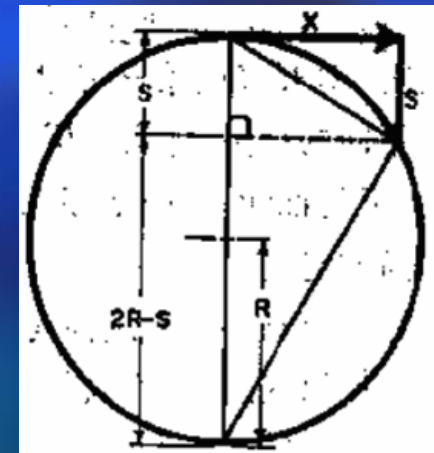
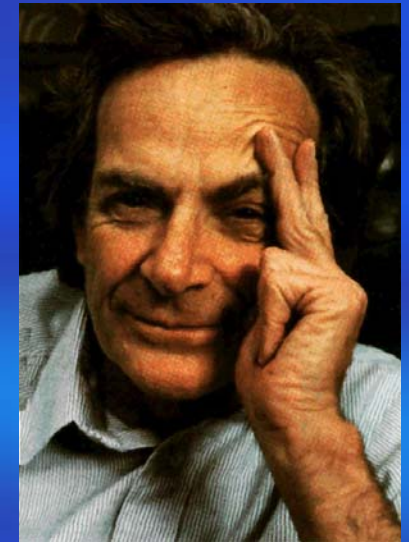


上两个图相加再被2除中心也是球张量。因为球张量等于周边均匀受压，于是中心的压力状态为

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{3p}{2\pi R}, \quad \tau_{xy} = 0.$$

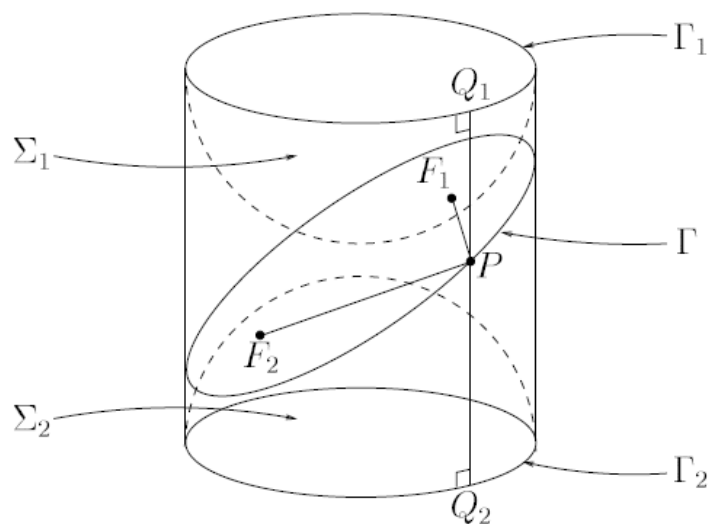
例二、费曼讲宇宙速度

在图 7-4 中, 我们看到一个半径为 4000 英里的地球, 以及一条在没有力作用的情况下子弹将循之而行的切向直线: 如果我们现在应用几何学中一条奇妙的定理, 即垂直于直径的半弦是所分割的直径两部分的比例中项, 那么就可以看出, 子弹所走的水平距离是所下落的距离 16 英尺与地球直径 8000 英里的比例中项, $\left(\frac{16}{5280}\right) \times 8000$ 的平方根很接近于 5 英里, (7.9km)



例三、 项武义 讲椭圆

圆的几何特性乃是它有一个圆心，和其上各点等距；自然会问这种由斜截圆柱所得的「椭圆」是否也具有类似的几何特性呢？古希腊几何学家在上述问题的探讨中获得令人鼓舞的简洁答案，亦即一个椭圆具有两个焦点 F_1, F_2 使得其上任给一点到两者的距离之和为一定长（其实，这也就是通常在初等解析几何中椭圆的定义），我们用 [图 8-1] 来解说当年对于这种圆柱截线的基本特性的证法。设 Γ 是一个半径为 R 的圆柱面和一个斜截平面 Π 的交集，我们可以用两个半径为 R 的球面 Σ_1, Σ_2 由上、下两端，沿著柱面向截面 Π 滑动，一直到分别和 Π 相切于 F_1, F_2 的位置（如 [图 8-1] 所示）。



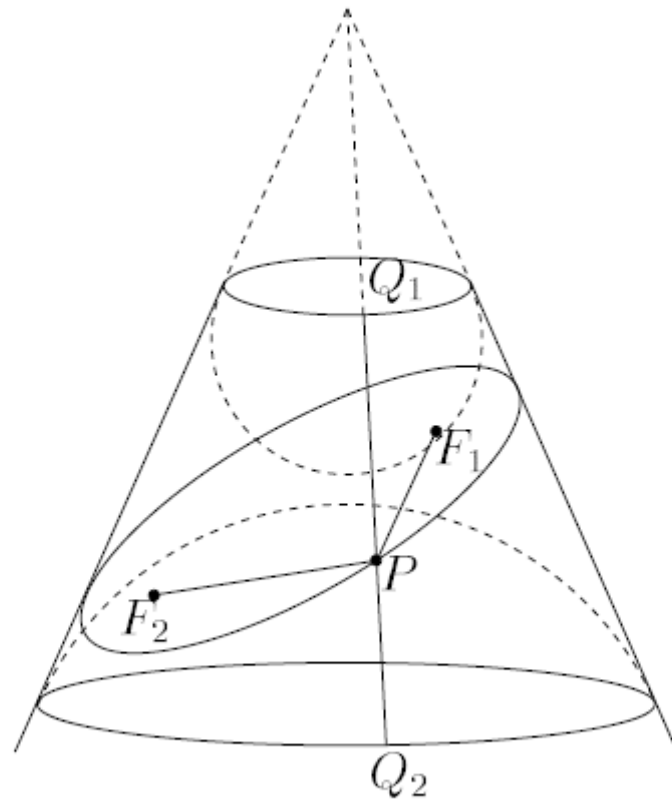
[图 8-1]

令 Γ_1, Γ_2 分别是上、下球面 Σ_1, Σ_2 和柱面相切的圆。设 P 是椭圆 Γ 上任给一点， $\overline{Q_1Q_2}$ 是柱面上过 P 点的那一条直线段， $Q_1 \in \Gamma_1, Q_2 \in \Gamma_2$ 。则有

$$\begin{aligned} \overline{PF_1} &= \overline{PQ_1}, & \overline{PF_2} &= \overline{PQ_2} & (\text{定点到一个球面的切线长相等}) \\ \overline{PF_1} + \overline{PF_2} &= \overline{Q_1Q_2} & (\text{定长}) \end{aligned}$$

大体上，这也就是当年古希腊几何学家运用圆柱和球面的简朴特性所得出的「圆柱斜截线」的几何特性及其证明。这的确是一个令人鼓舞的杰作！

后来又发现上述简洁精悍的证明其实可以稍加推广，亦即把圆柱面更换成圆锥面依然成立，如 [图 8-2] 所示。



[图 8-2]

开拓出新的领域的例子

- 例一、Arnold的力学教程
- 例二、王浩的铺砖问题
- 例三、卞学鑽的杂交有限单元法

例一、Arnold的力学教程

- 1974年苏联学者阿诺尔德 (В.И.Арнольд) 出版的《经典力学中的数学方法》一书，是为莫斯科大学三年级学生写的一本力学教材，它使用近代微分几何的概念，总结了从牛顿力学到拉格朗日、哈密尔顿力学的发展，实质上是对几何认识上的发展的不同阶段，即它们分别对应于欧氏几何、黎曼几何和辛几何。



三种力学的简单表述

牛顿力学

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$$

$$d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = ds^2$$

拉格朗日力学

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$$

$$\sum_1^n g_{ij} dq_i \cdot dq_j = dT^2$$

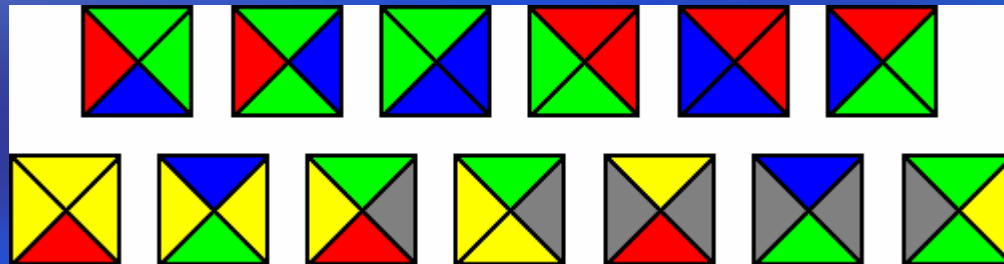
哈密顿力学

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega = \sum dx^i \wedge dp_i \quad \mathbf{g}_{ii} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ (x^1, \dots, x^n, \dots, p_n) = (y^1, \dots, y^{2n}) \\ \dot{y}^i = (\nabla H)^i \quad \dot{x}^i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \end{array} \right.$$

- 这样讲力学，把力学与数学重新结合在一起。于是兴起一个改写力学教材的方向。
- 进一步在力学介质力学中也开展紧密与现代微分几何联系的研究方向。

例二、王浩铺砖问题

- Wang tile
- Wang tiles (or Wang dominoes), first proposed by [Hao Wang](#) in 1961, are equal-sized squares with a color on each edge which give rise to a simple [undecidable](#) problem. The following shows an example set of 13 Wang tiles:



- The standard question is whether a given finite set can [tile](#) the plane. This means that copies of the tiles can be arranged to fill an infinite plane, such that contiguous edges always have the same color. The tiles cannot be rotated or reflected.

- In 1961, Wang proposed an algorithm to take any finite set of tiles and decide whether they tiled the plane. To prove his algorithm worked, he had to make one assumption. He assumed any set that could tile the plane, would be able to tile the plane *periodically* (with a pattern that repeats, like standard wallpaper).
- However, in 1966 [Robert Berger](#) proved Wang's conjecture was wrong. He presented a set of Wang tiles that could only tile the plane [aperiodically](#). This meant it could fill the plane without holes, but the tiling couldn't be a simple repetition of a finite pattern. This is similar to

- a Penrose tiling, or the arrangement of atoms in a quasicrystal. Although Berger's original set contained 20,426 tiles, he hypothesized that smaller sets would work, including subsets of his set. In later years, increasingly smaller sets were found. For example, the set of 13 tiles given above is an aperiodic set published by Karel Culik. It can tile the plane, but not periodically.

- Wang's algorithm for determining whether a set of tiles can tile the plane was not correct. In fact, *no such algorithm can exist*. It is possible to translate any Turing machine into a set of Wang tiles, such that the Wang tiles can tile the plane if and only if the Turing machine will never halt. The halting problem is uncomputable, therefore the Wang tiling problem is also uncomputable. In a sense, Wang tiles have computational power equivalent to that of a Turing machine.

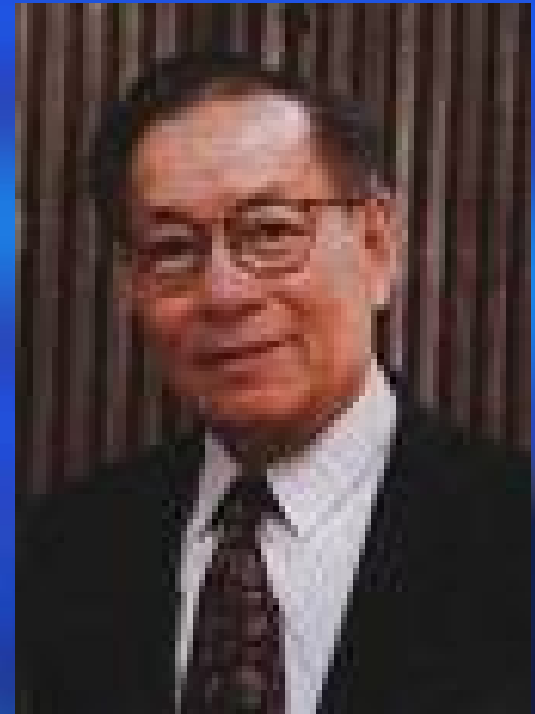
- Wang tiles can be generalized in various ways, all of which are also undecidable in the above sense. For example, *Wang cubes* are equal-sized cubes with colored faces. Culik and Kari have demonstrated aperiodic sets of Wang cubes. Seeman et. al. have demonstrated the feasibility of creating molecular "tiles" made from DNA (deoxyribonucleic acid) that can act as Wang tiles. Mittal et. al have shown that these tiles can also be composed of PNA (peptide nucleic acid), a stable artificial mimic of DNA.

铺砖问题的参考文献

- Wang, H. (1961), *Bell System Tech. Journal* 40(1961), pp. 1-42. (Wang proposes his tiles, and hypothesizes there are no aperiodic sets).
- Wang, H. (1965) "Games, logic and computers" in *Scientific American*, Nov. 1965, pp. 98-106. (Presents them for a popular audience)
- Berger, R. (1966), "The undecidability of the domino problem", *Memoirs Amer. Math. Soc.* 66(1966). (Coins the term "Wang tiles", and demonstrates the first aperiodic set of them).
- Culik, K. (1996), "An aperiodic set of 13 Wang tiles", *Discrete Applied Mathematics* 160, 245-251. ([download](#)) (Showed an aperiodic set of 13 tiles with 5 colors).
- Culik, K., and K. Kari (1995), "An aperiodic set of Wang cubes", *Journal of Universal Computer Science* 1, 675-686 (1995).
- [Steven Dutch's page including many pictures of aperiodic tilings](#)
- Winfree, E., Liu, F., Wenzler, L.A., and Seeman, N.C. (1998) "Design and Self-Assembly of Two-Dimensional DNA Crystals, [Nature](#) 394, 539-544.
- Lukeman, P., Seeman, N. and Mittal, A. "Hybrid PNA/DNA Nanosystems." (2002) In 1st International Conference on Nanoscale/Molecular Mechanics (N-M2-I), Outrigger Wailea Resort, Maui, Hawaii.

例三、卞学鑽的杂交元

- 卞学鑽1964年在AIAA杂志上发表的“假设应力分布推导单元刚度阵”一文提出了杂交应力法，是迄今为止有限元界引用最多的有开创性的论文之一。1974年获冯卡门纪念奖，1975年获美国宇航航空学会结构，动力，材料力学奖，曾任AIAA杂志主编。
- 卞学鑽说他的杂交元方法是在备课时想到的。



1919—2009

- 卞教授获冯卡门纪念奖(1974),
- 美航太学会结构动力学和材料奖(1975),
- 当选美国国家工程院院士(1988),
- 北京航空航天大学(1990)和上海工业大学(1991)之荣誉博士。
- 有三本著述与编著及140多篇论文。五十年前他就开始发表重要的结构动力学论文如《简单悬臂梁中的结构阻尼》(1951)等几十篇。当他在美伊利诺州伊万斯顿的“结构动态稳定性国际会议”时,初遇苏联著名学者巴罗廷,对方冲口呼出:哦!结构阻尼·卞!“为一时佳话。

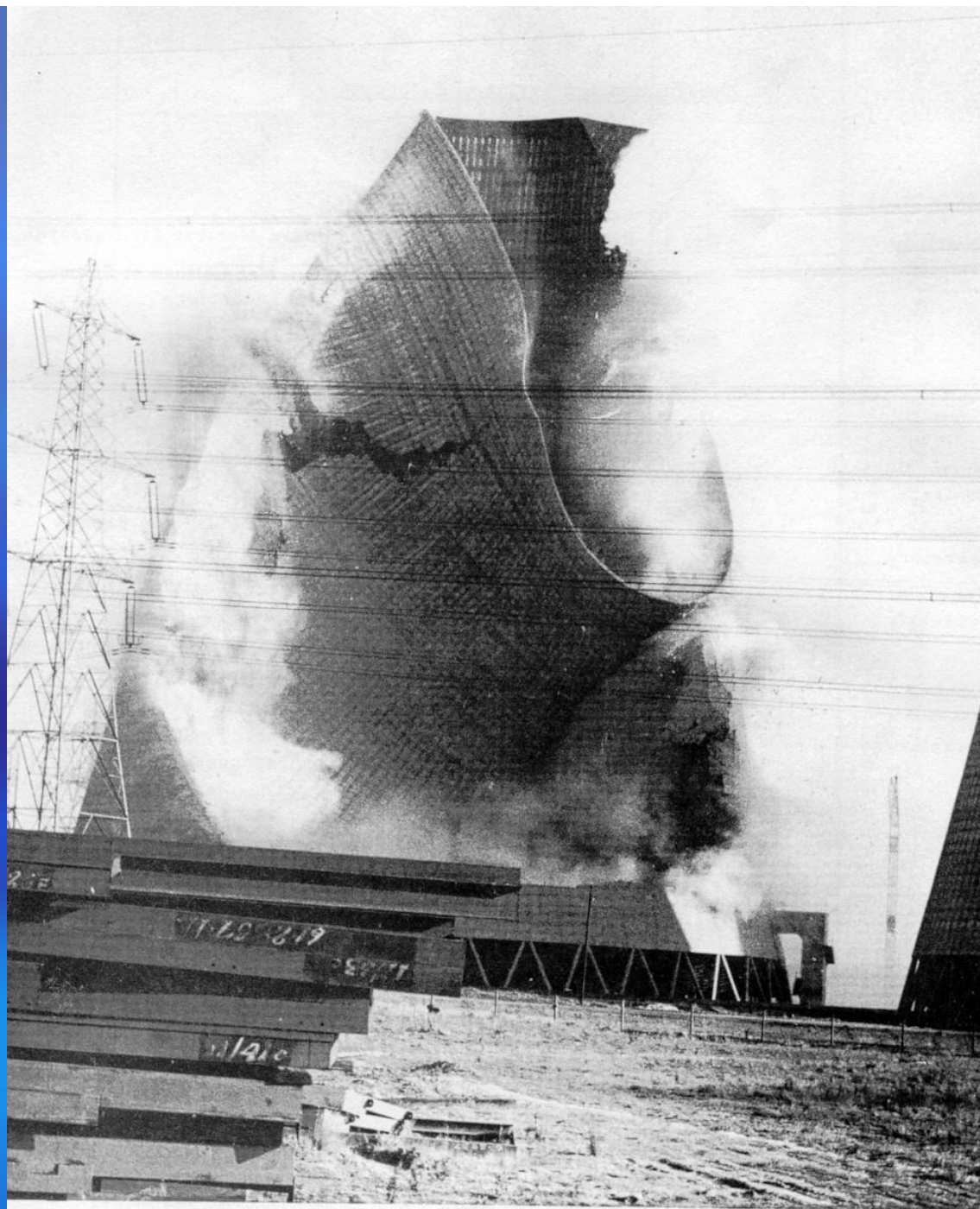
4. 充实教学内容的研究

- 教学是开放的。教师只有不断与社会联系，了解社会对科学与技术提出的新要求，才能永远处于创造的前沿。
- 不是社会上提出的任何课题都可以作为研究的课题。应当要严格选择：
 - 第一、要与当前或未来教学有关
 - 第二、要有一定的先进性的课题
 - 第三、要能够有预期的成果

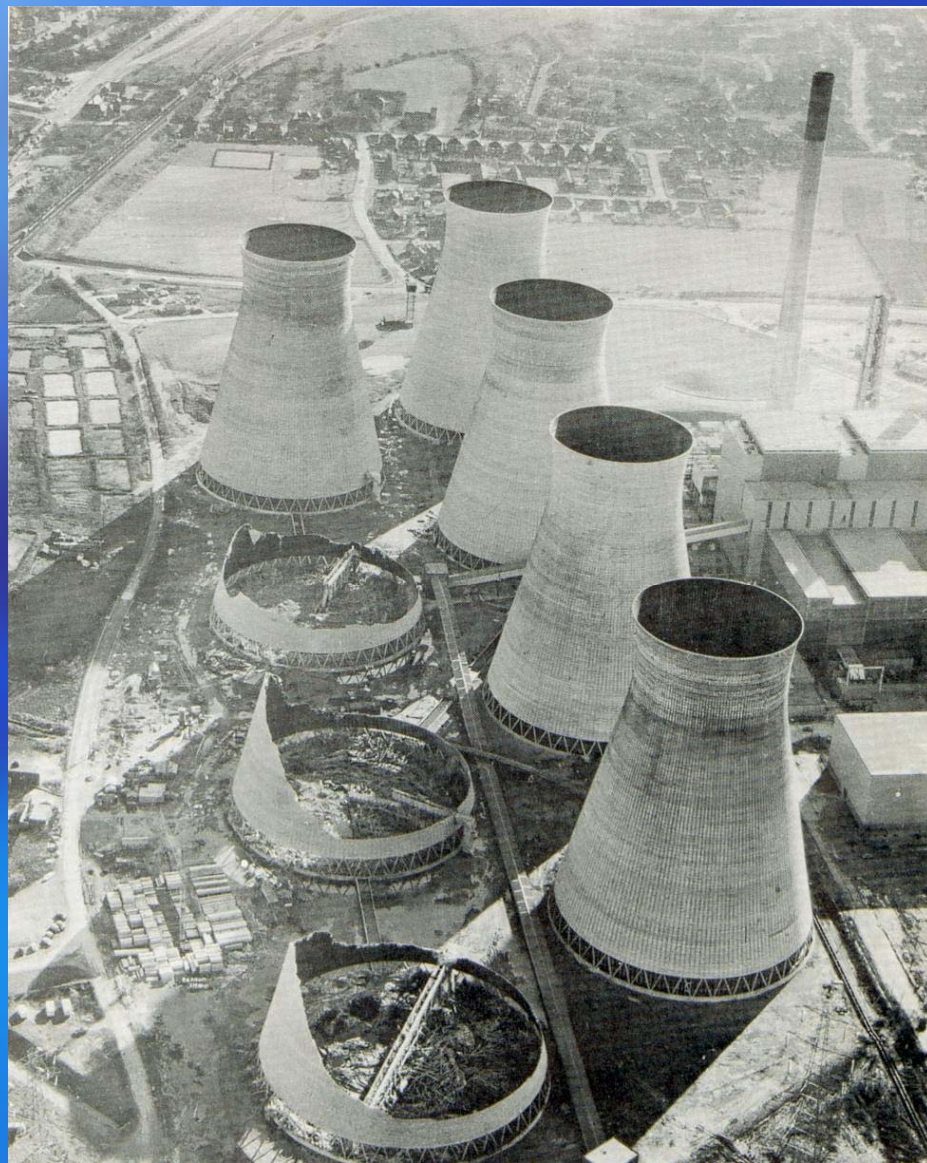
我所经历的冷却塔研究

- 从1973年至我退休，三十多年的研究成果：
 - 1.编制了旋转壳静力、温度、振动下的应力分析通用程序。一直使用至今。
 - 2.改进了计算力学、薄壳结构的教学。指导了多名研究生。
 - 3.进一步提出力学系统稳定性、动力系统分岔的研究方向
 - 4.撰写了《旋转壳的应力分析》、《弹性系统的稳定性》、《分岔问题及其数值方法》三本专著。
 - 5.获得了国家教委的二等奖和国家三等奖，部级奖励5项。
 - 6.与流体力学孙天风教授合作，给出风压分布。开辟了风工程研究方向。

1965年11月
1日英国的渡
桥电厂的8座
冷却塔在8级
大风中被吹
倒了三座，
图示一座正
在倒塌。



倒掉的三座塔



先后研究的课题

- 1.冷却塔在风压作用下的内力计算
- 2.冷却塔抗震振型与时程分析
- 3.支柱和地基环和冷却塔一体性分析
- 4.冷却塔在风压作用下的稳定性分析
- 5.冷却塔的风压分布（孙天风教授承担）
- 6.冷却塔热应力
- 7.冷却塔施工期间稳定性分析
- 8.地基下沉对冷却塔应力分布的影响

5. 开拓新教学领域的研究

- 需要关心科学技术重大进展与最新提出的重要课题。
- 最近提出的：
- 非线性问题特别是分岔问题的数值方法
 - 多尺度多层次问题
 - 非线性科学
 - 智能材料与智能结构问题
 - 可控核聚变问题
- 这些问题的任何新的进展都会对教学和研究产生重要影响
- 一个好的教师不仅要关心这些问题的进展，如果可能应当参与进去推动这些问题的研究。

6.小结

- 1.不做研究搞不好教学
- 2.教学本身充满了值得研究的问题
- 3.有选择地承担一些社会上提出的研究课题
- 4对科学技术提出的重大问题要经常关心

谢谢大家

压痕实验分析方法研究

曹艳平

清华大学工程力学系

2010年3月3日

内容提要

● 压痕实验简介

● 弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

- ◆ 基于球型压头的双深度和多深度方法
- ◆ 基于压痕实验响应的表征应变的定义
- ◆ 压痕尺度效应

● 黏弹性材料（聚合物和生物材料）压痕实验分析

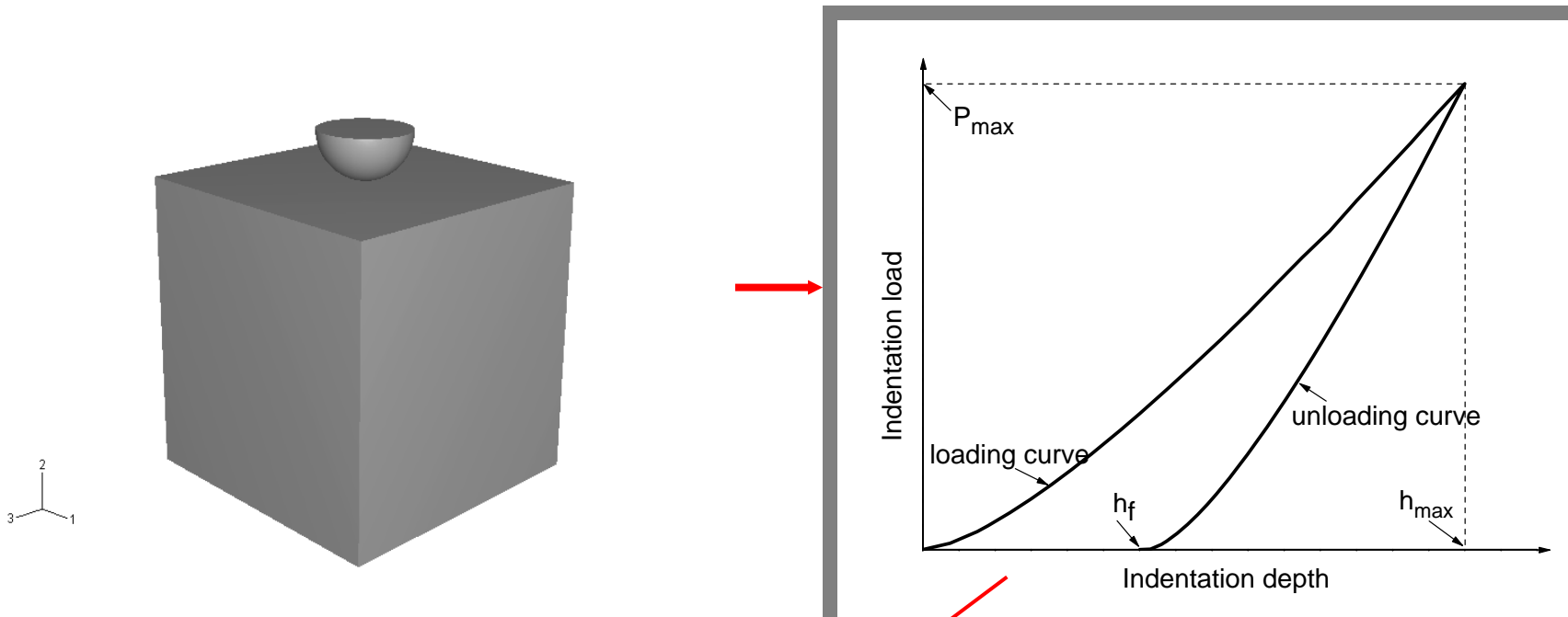
几何参数对确定正则化松弛模量的影响分析

动态加载确定材料的耗散因子

● 压痕实验简介

压痕实验简介

压痕实验响应：



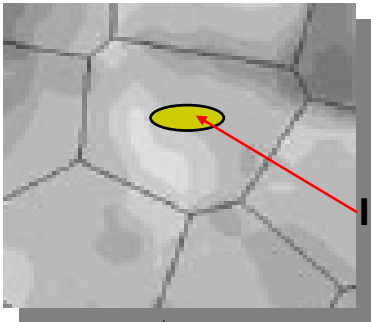
力学性能参数：

例如，弹性模量、屈服极限和应变硬化指数等

压痕实验简介

压痕实验特点:

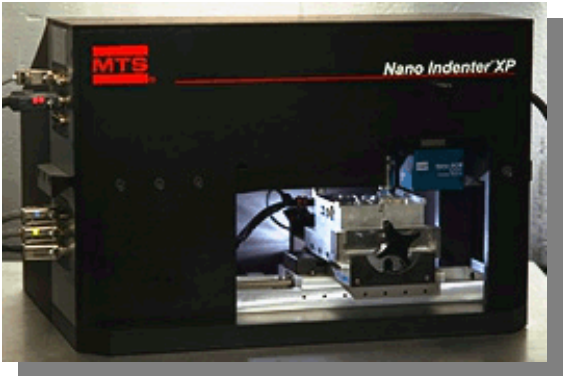
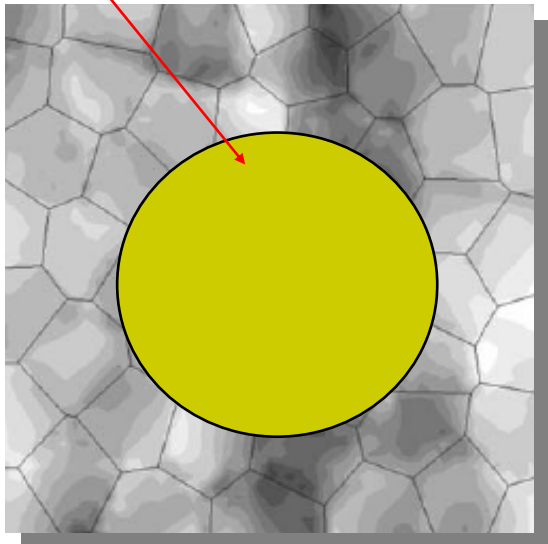
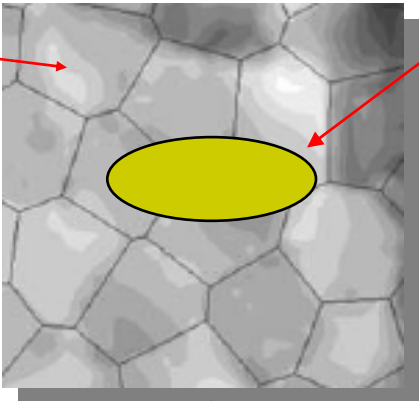
Nano



Grain

Impression

Micro and Macro



<http://www.mtsnano.com>

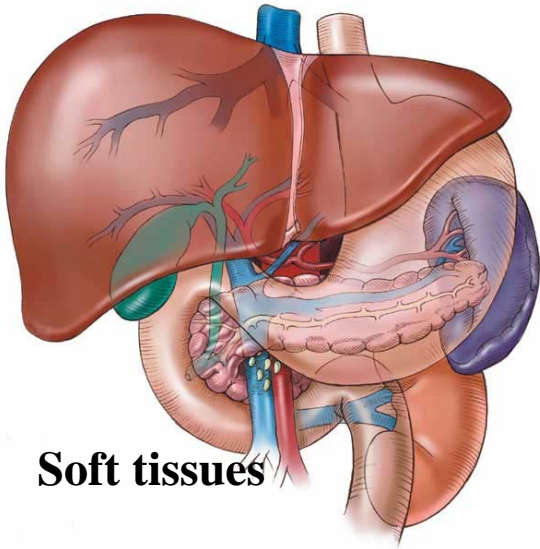
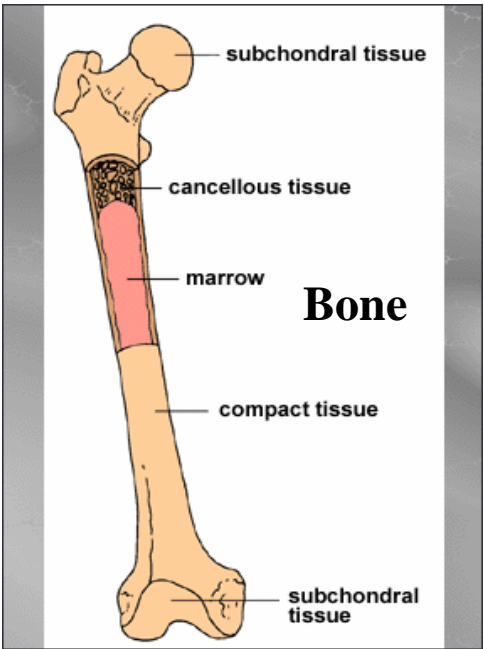
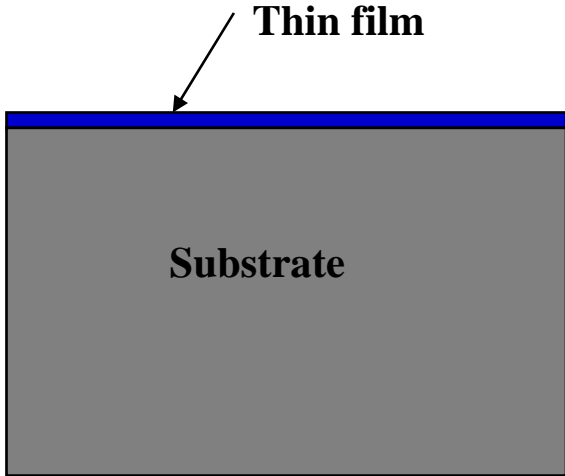
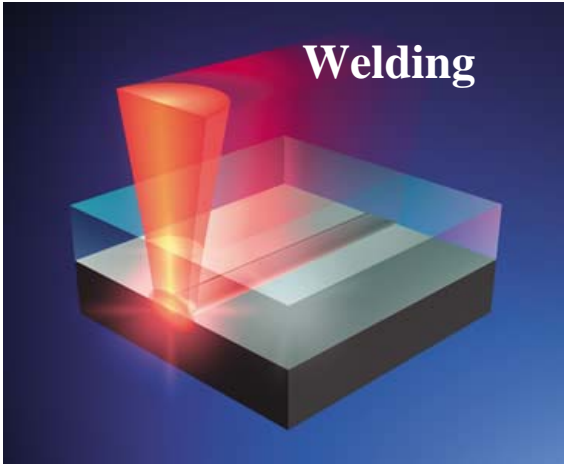


<http://www.indentec.com>

确定构件局部或材料各种尺度下的力学性能参数

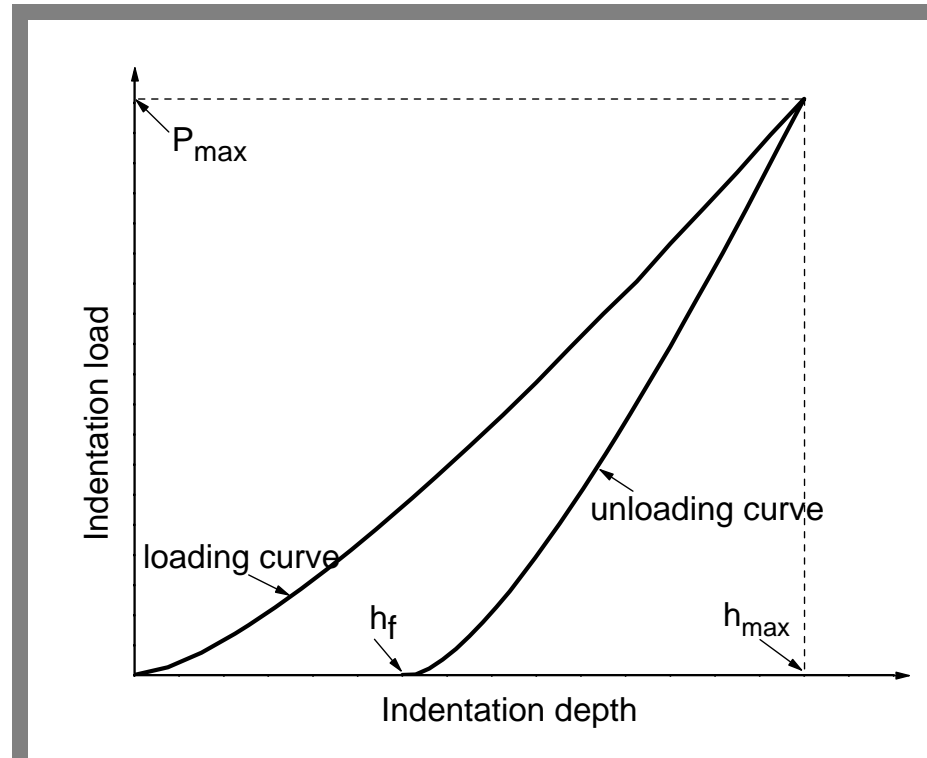
压痕实验简介

压痕实验应用范围:



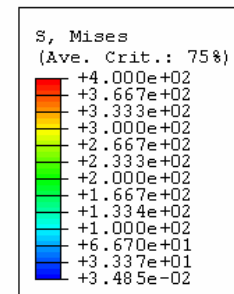
压痕实验简介

压痕实验分析的难点和核心问题:

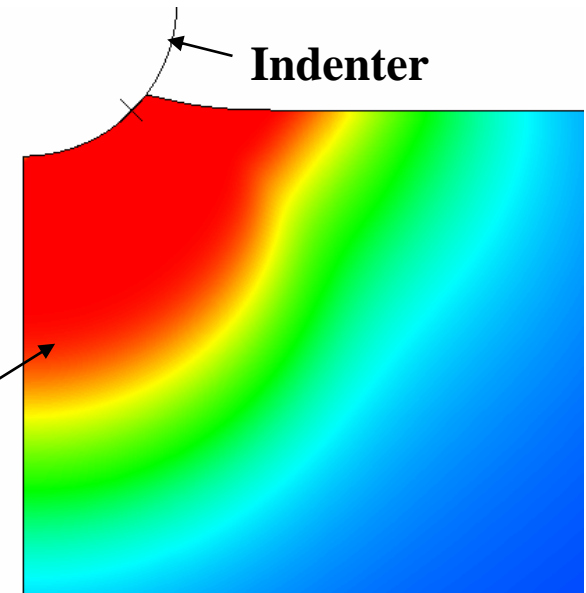


力学特性参数:

弹性模量、屈服极限和蠕变函数等



Indented material



高度非线性问题:

材料、几何和边界非线性

利用压痕实验拟确定的材料常数 (限于本报告)

弹塑性材料:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\sigma \leq \sigma_y)$$
$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (\sigma > \sigma_y) \quad \sigma = \sigma_y \left(1 + \frac{E}{\sigma_y} \varepsilon_f \right)^n$$

线性黏弹性材料:

$$E(t) = E_0 \left(1 - \sum_{i=1}^M \beta_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right)$$

$$\bar{E}(t) = \frac{E(t)}{E_0} = \left(1 - \sum_{i=1}^M \beta_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right)$$

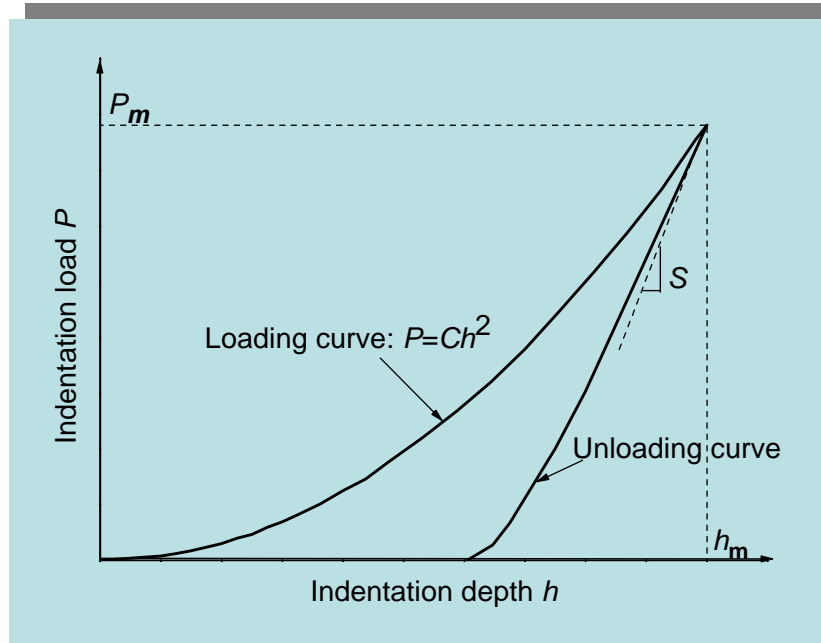
$$\eta = \frac{E_1(\omega)}{E_s(\omega)} = -\frac{D_1(\omega)}{D_s(\omega)}$$

●弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

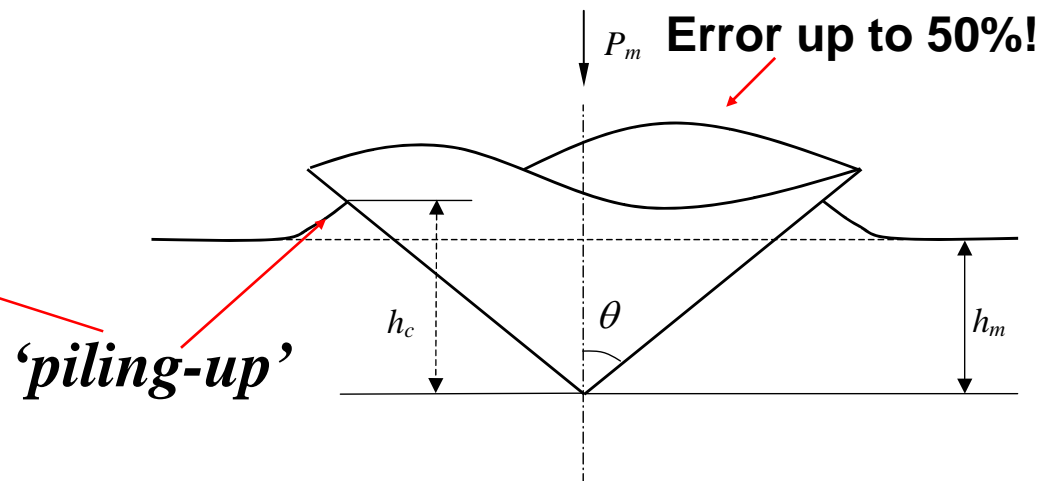
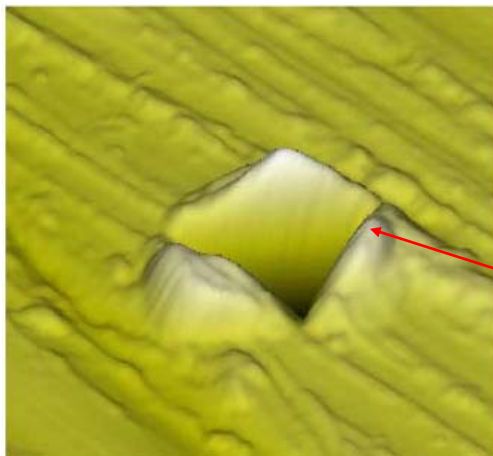
确定硬度和弹性模量：

Oliver and Pharr (*J. Mater. Res.*, 1992)

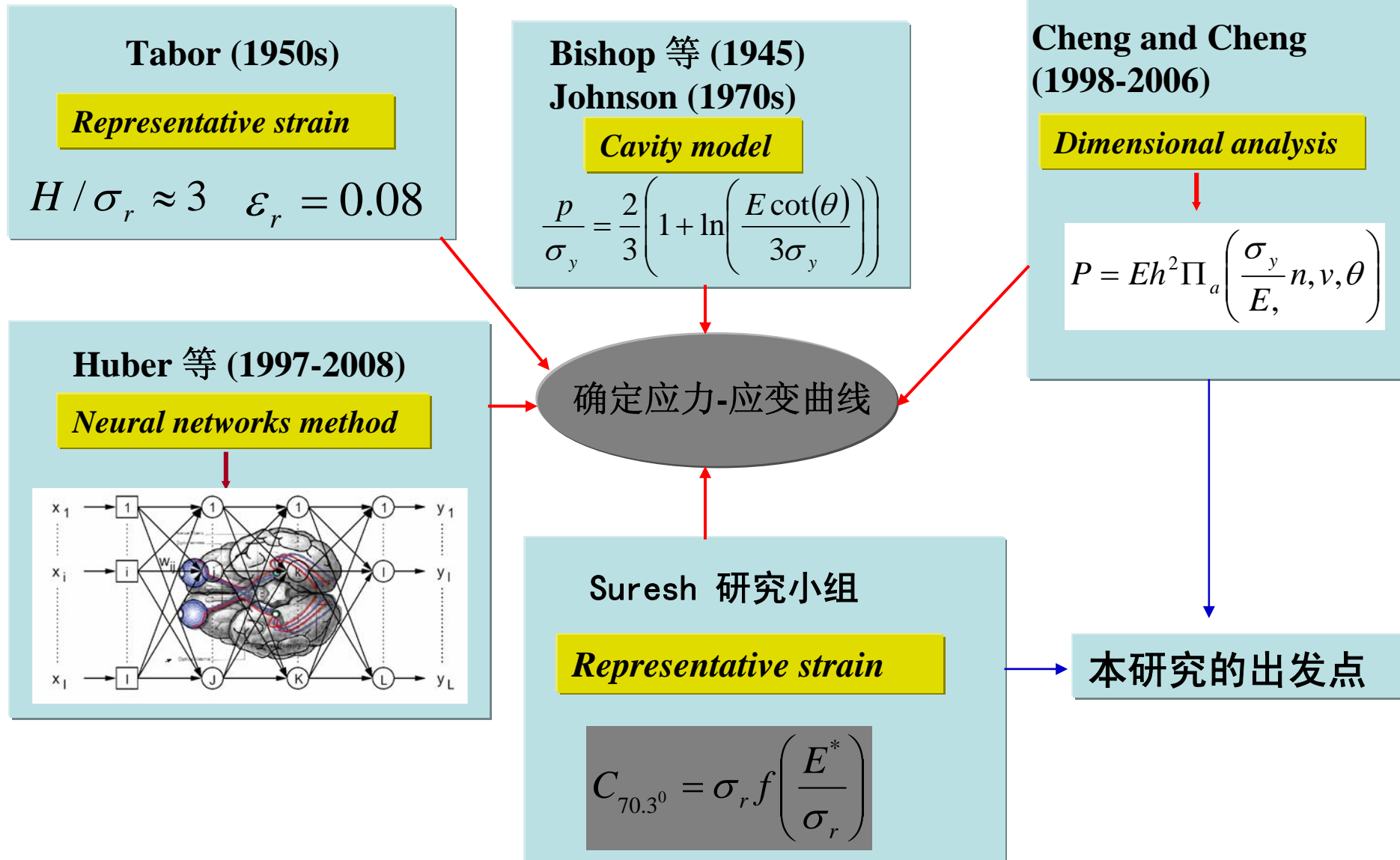


$$E^* = \frac{\sqrt{\pi S}}{2\gamma\sqrt{A}} \quad H = \frac{P_m}{A}$$
$$A = \pi \left(\tan(\theta) \left(\frac{h_m - 0.72 \frac{P_m}{S}}{S} \right) \right)^2$$
$$E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$$

h_c



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

Dao et al. (*Acta Mater.*, 2001)

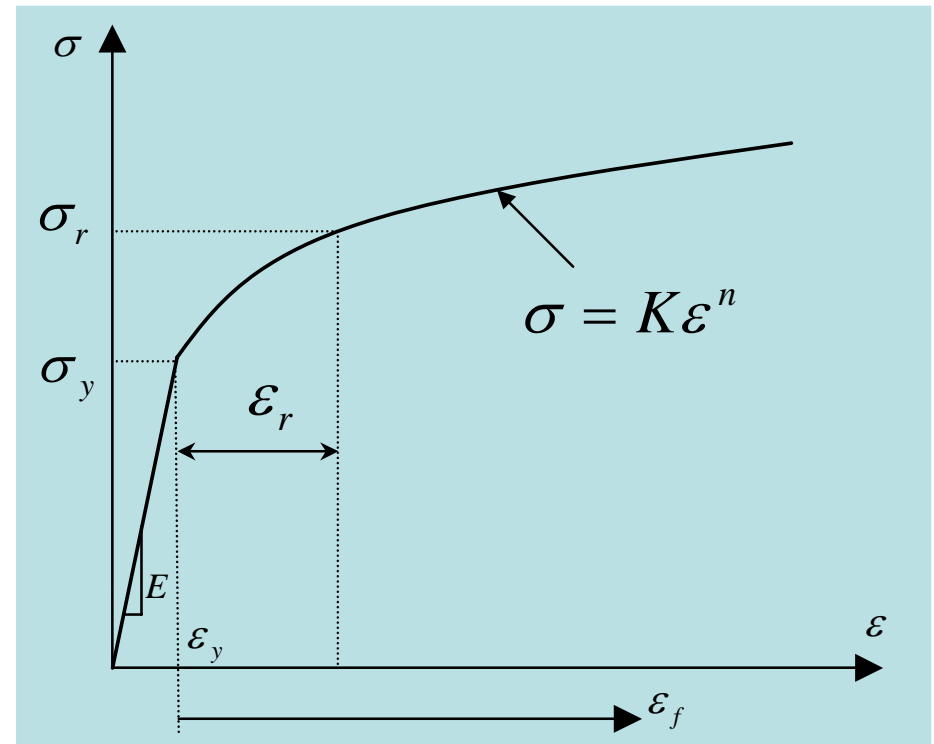
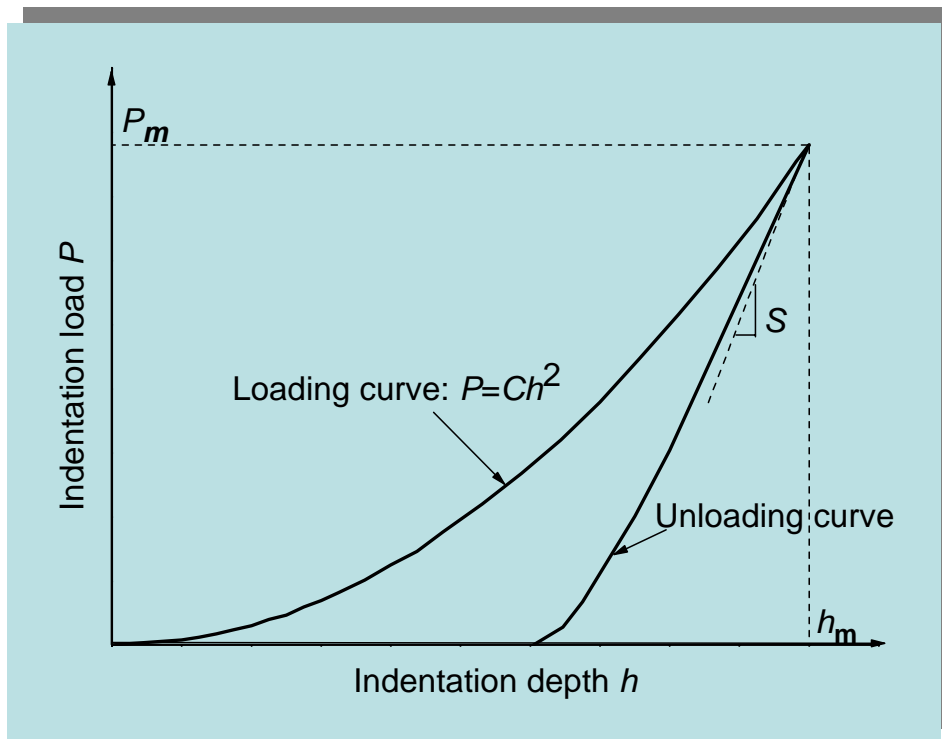
$$\frac{\sigma_r}{C} = \Pi_c \left(\frac{C}{E^*}, n \right) \quad \sigma_r = \sigma_y \left(1 + \frac{E}{\sigma_y} \varepsilon_r \right)^n$$

Cheng and Cheng
(1998-2006)

Dimensional analysis

$$P = Eh^2 \Pi_a \left(\frac{\sigma_y}{E}, n, \nu, \theta \right)$$

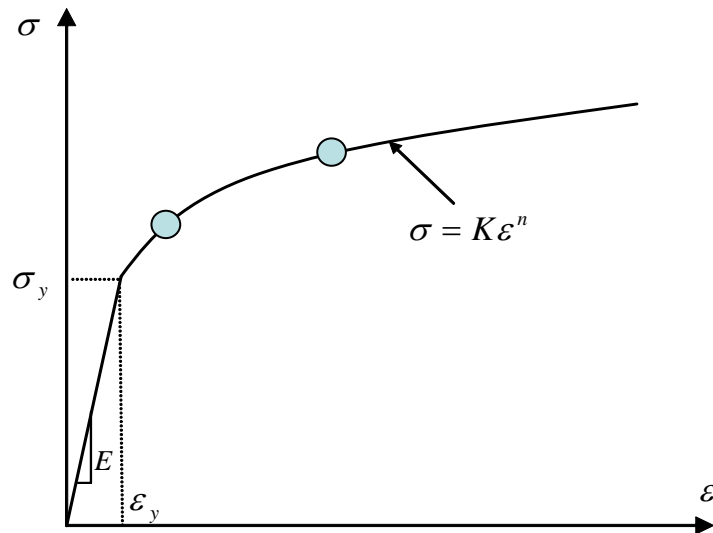
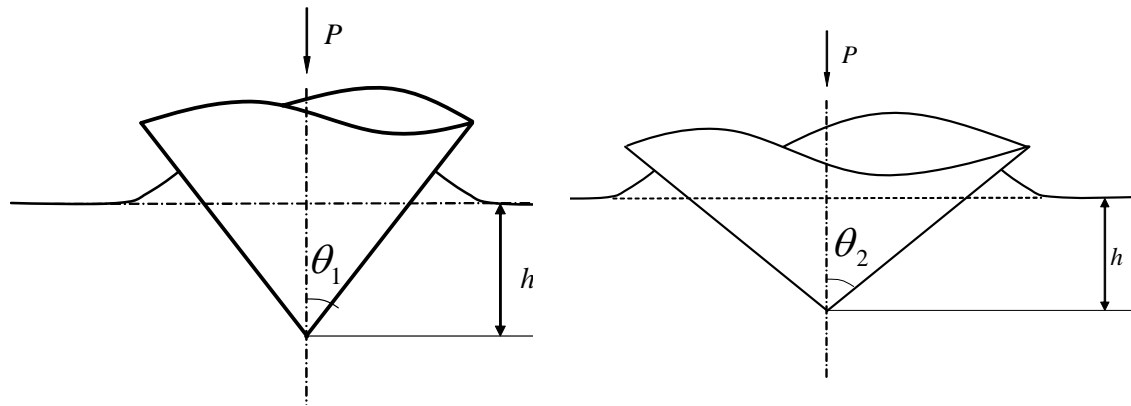
Representative strain $\rightarrow \varepsilon_r = 0.033$



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

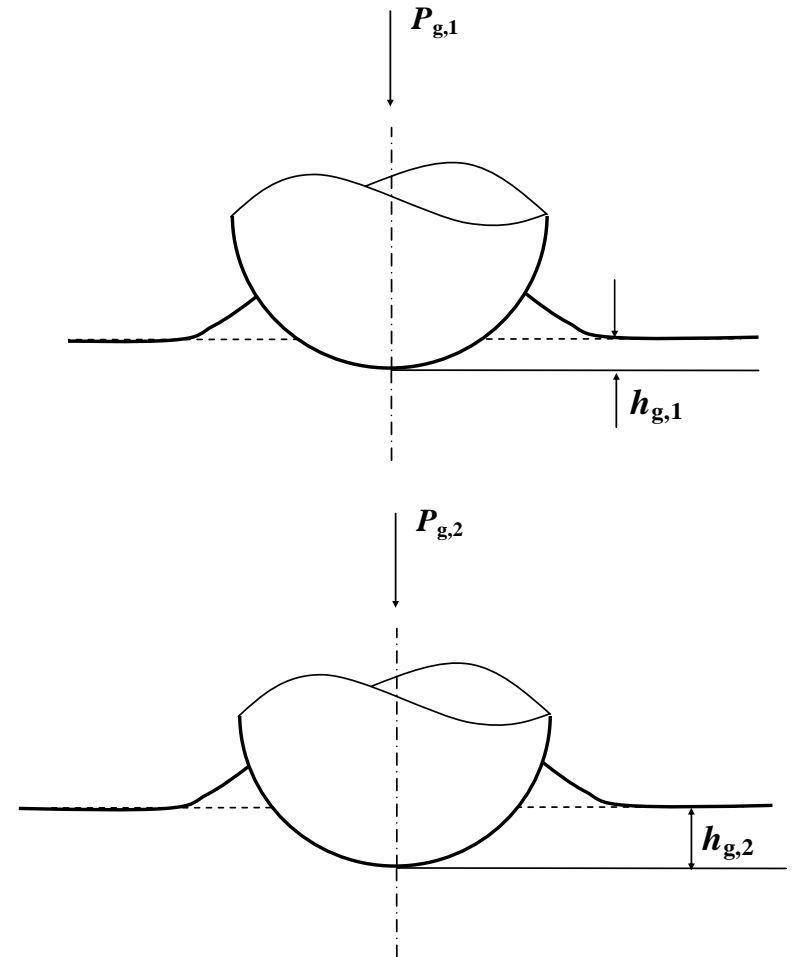
双尖压头方法

Bucaille et al. (*Acta Mater.*, 2003)



◆ 双深度或多深度方法

Cao and Lu (*Acta Mater.*, 2004a)

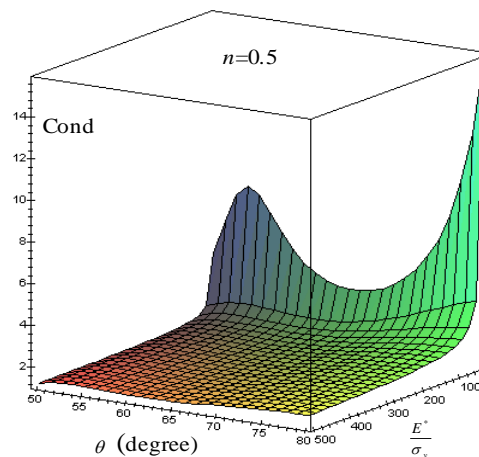
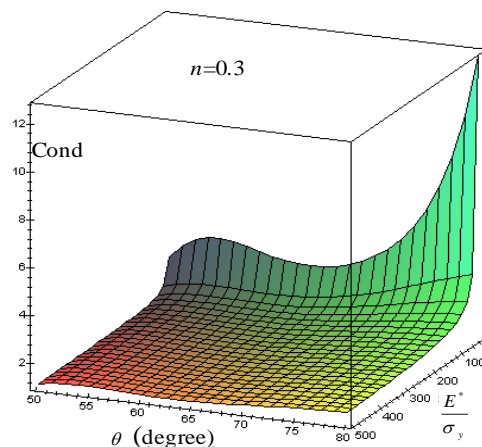
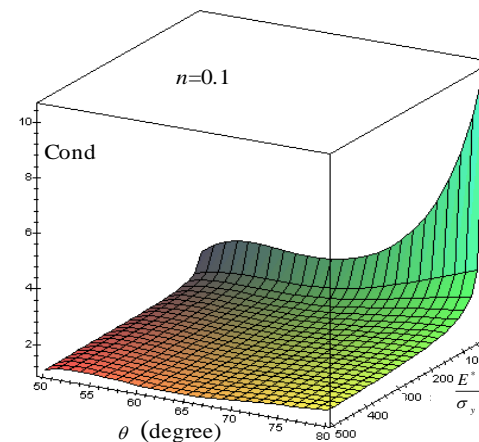
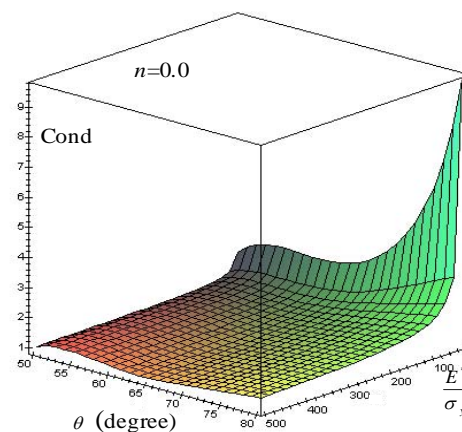


弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

$$C_\theta = \sigma_{\varepsilon_r} \Pi_{1\theta} \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right)$$

$y = F(x)$

$$Cond = \frac{\Delta x}{x} / \frac{\Delta y}{y} = \frac{F(x)}{xF'(x)}$$



$$Cond = \frac{\phi_3(\theta) \ln^3 \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + \phi_2(\theta) \ln^2 \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + \phi_1(\theta) \ln \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + \phi_0(\theta)}{\phi_3(\theta) \ln^3 \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + (\phi_2(\theta) - 3\phi_3(\theta)) \ln^2 \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + (\phi_1(\theta) - 2\phi_2(\theta)) \ln \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right) + \phi_0(\theta) - \phi_1(\theta)}$$

$$= g \left(\theta, \frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right)$$

(Cao and Lu, *Acta Mater.*, 2004b)

弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

Ogasawara 等 (*J. Mater. Res.*, 2005)

Gold, Silver, Copper, Tin, ...

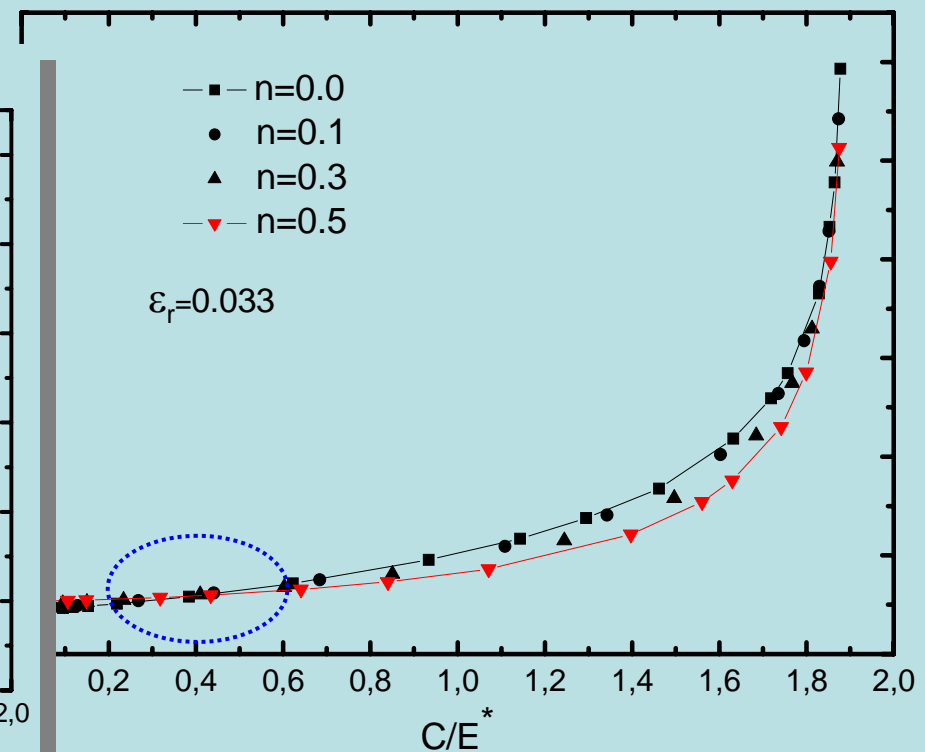
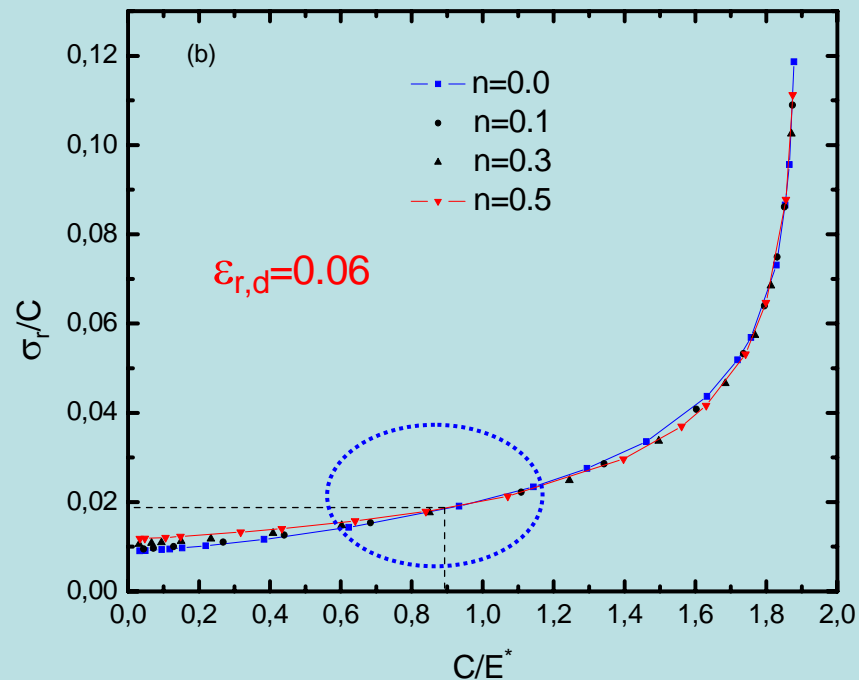
$$E / \sigma_y > 700$$

$$\boxed{\varepsilon_r = 0.033} \xrightarrow{\times} C_\theta = \sigma_{\varepsilon_r} \Pi_{1\theta} \left(\frac{E^*}{\sigma_{\varepsilon_r}} \right)$$

弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

◆ 基于实验响应的表征应变的定义

Dao et al. (*Acta Mater.*, 2001) \Rightarrow 定义特征应变 $\Rightarrow \frac{\sigma_r}{C} = f\left(\frac{C}{E^*}\right)$

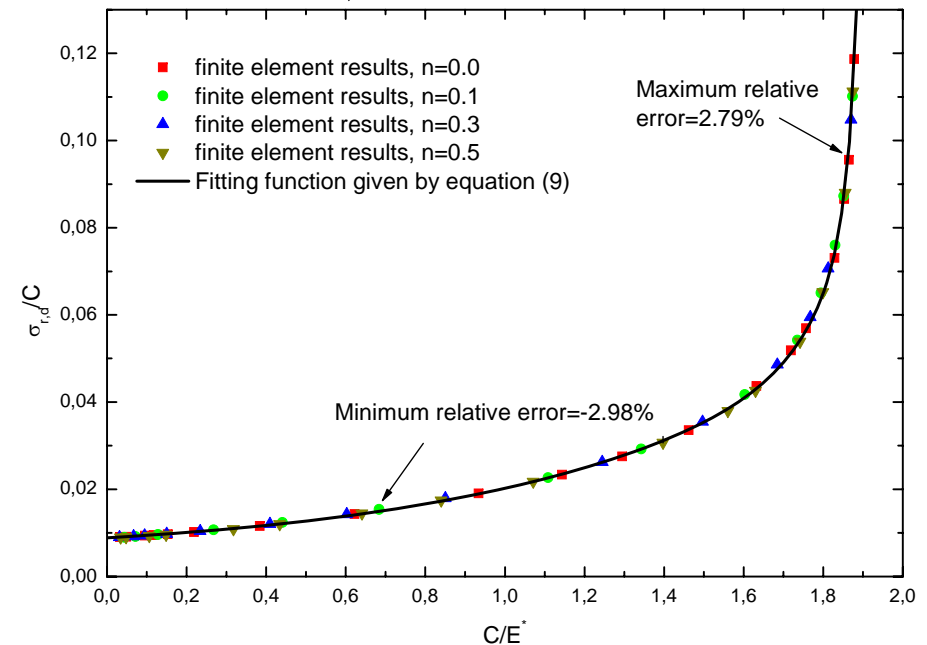
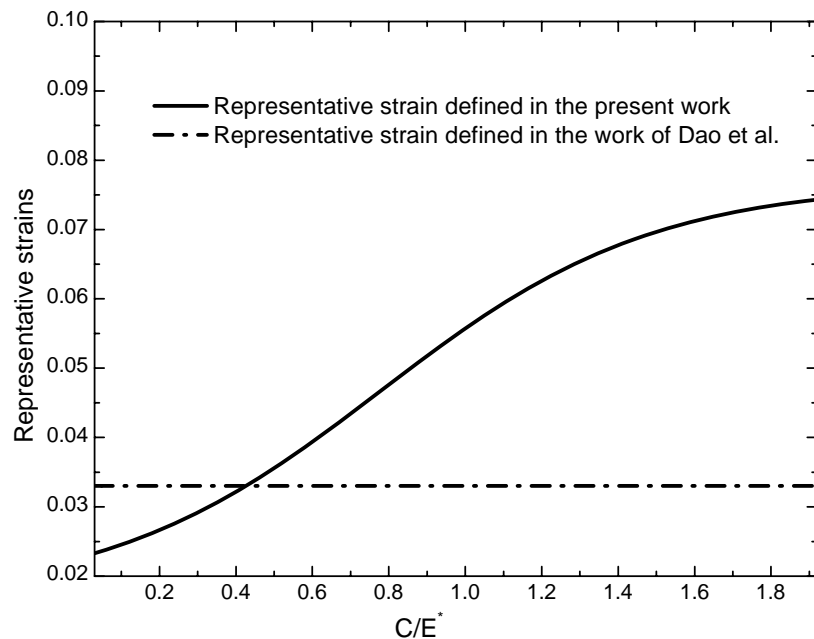


弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

◆ 基于实验响应的表征应变的定义

$$\varepsilon_{r,d} = \varphi\left(\frac{C}{E^*} = \lambda\right) = 0.07667 - \frac{0.05993}{\left(1 + e^{\frac{\lambda - 0.77825}{0.357}}\right)}$$

$$\frac{\sigma_r}{C} = f\left(\frac{C}{E^*}\right)$$



Cao and Huber (J. Mater. Res., 2006)

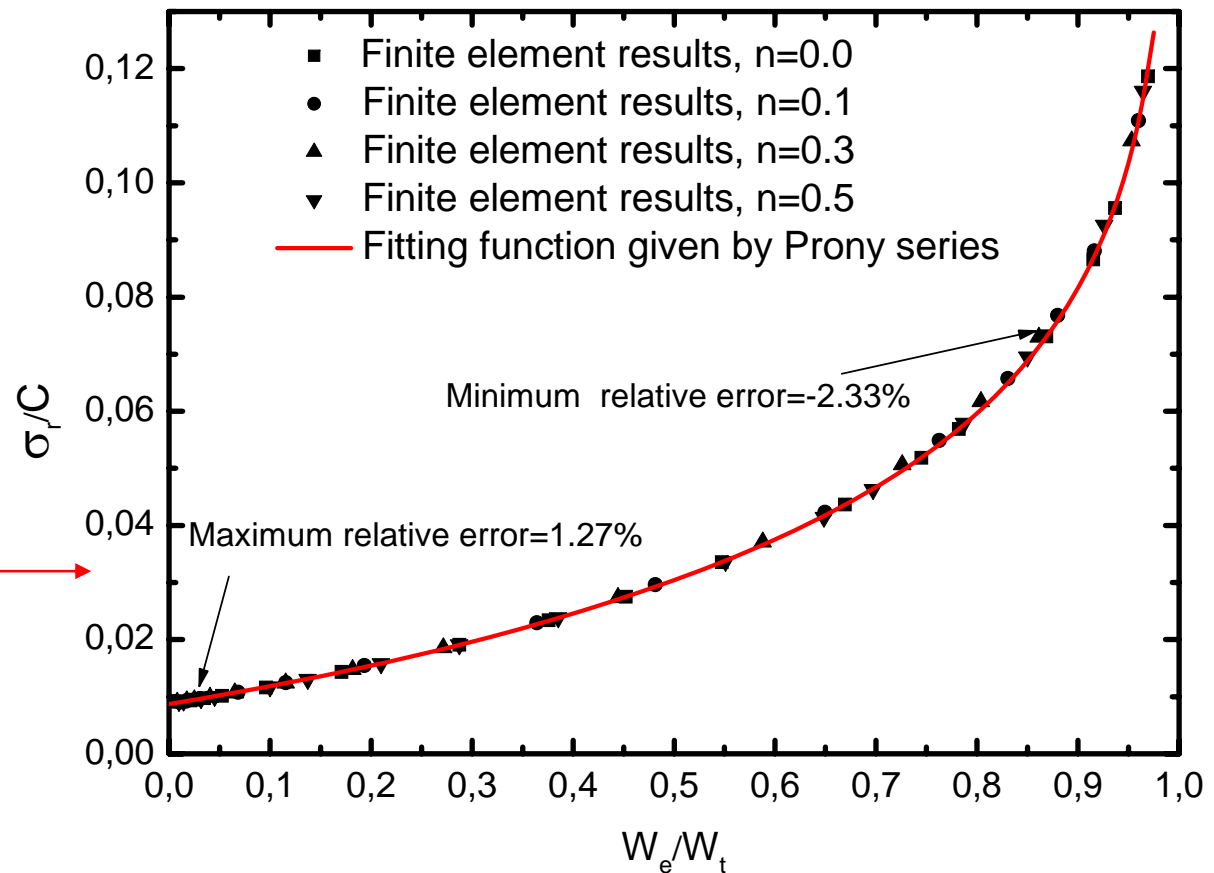
弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

基于实验响应的表征应变的定义

Cao and Huber (J. Mater. Res., 2006)

$$\varepsilon_r = g\left(\frac{W_e}{W_t} = w\right) = 0.09949 - \frac{0.09879}{\left(1 + e^{\frac{w-0.21685}{0.17722}}\right)} \Rightarrow \frac{\sigma_r}{C} = f\left(\frac{W_e}{W_t}\right)$$

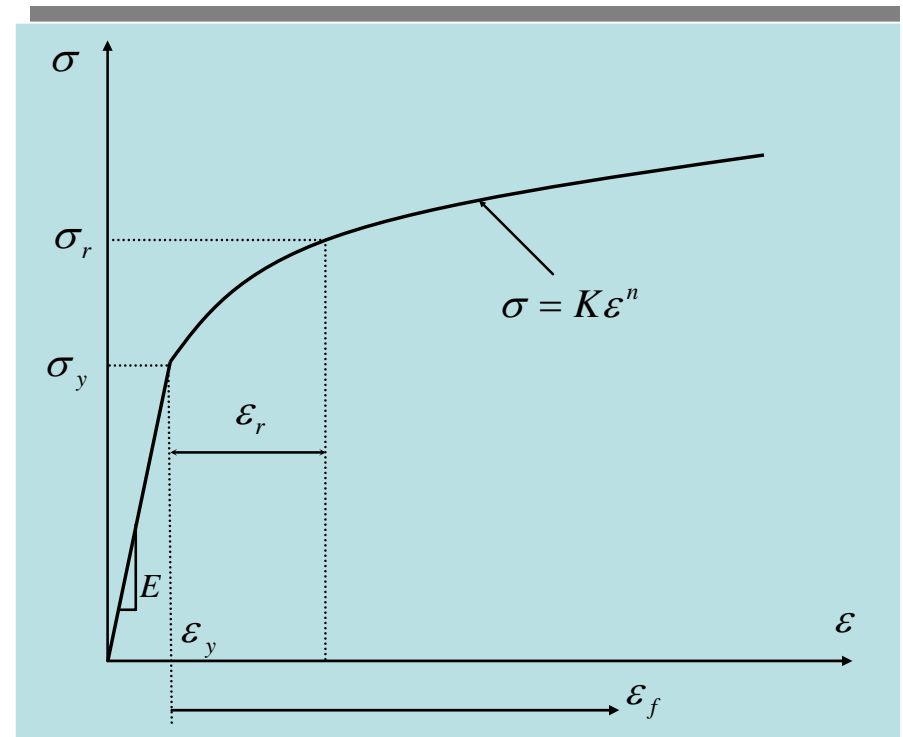
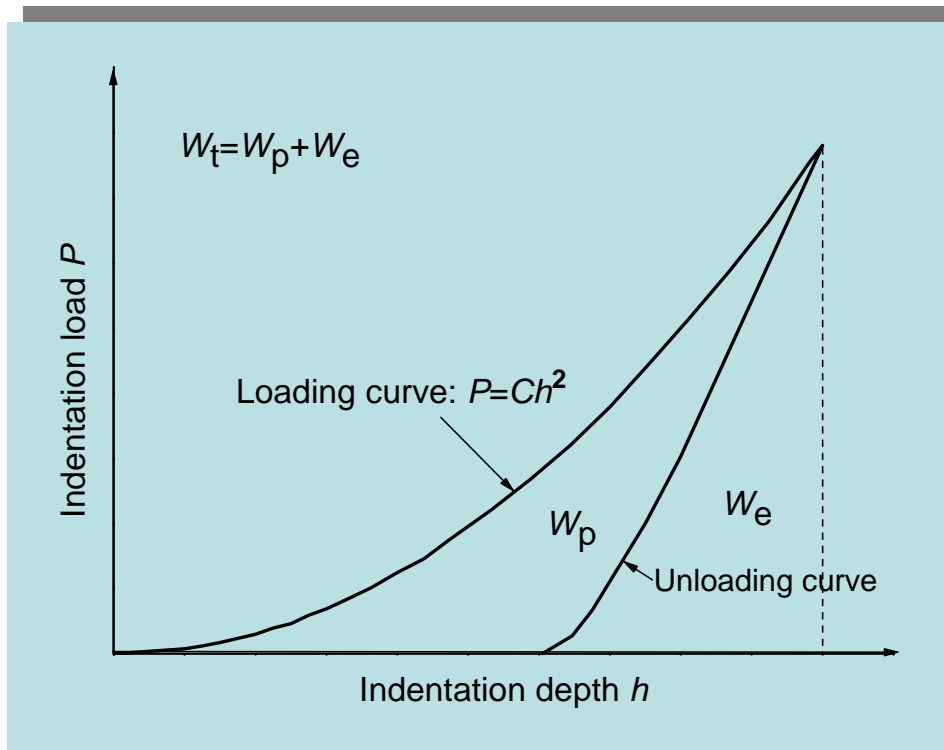
Large scale FE analysis
using ABAQUS



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

◆ 基于实验响应的表征应变的定义

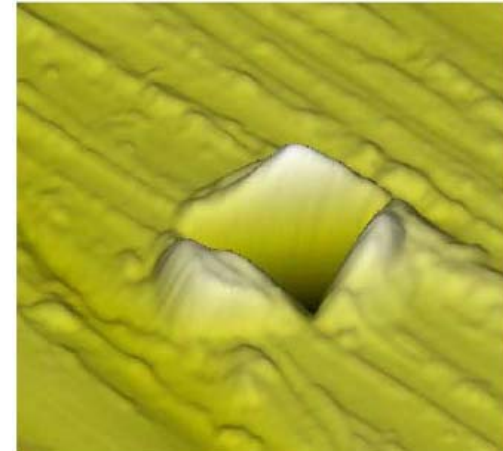
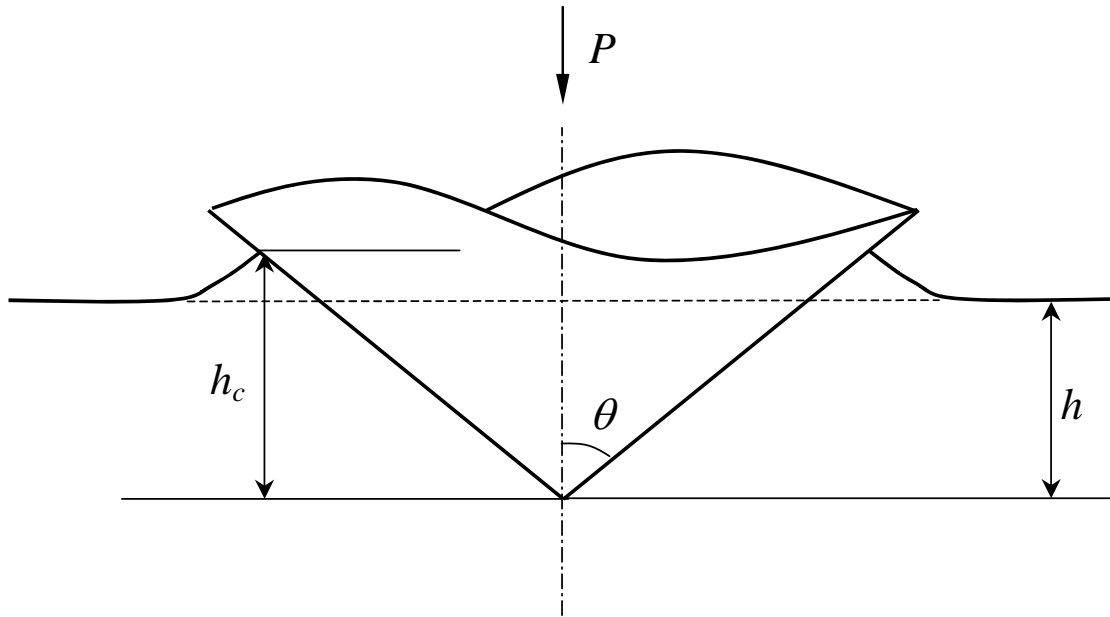
$$\varepsilon_r = g\left(\frac{W_e}{W_t} = w\right) = 0.09949 - \frac{0.09879}{\left(1 + e^{\frac{w-0.21685}{0.17722}}\right)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_r}{C} = f\left(\frac{W_e}{W_t}\right)$$



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

◆几何必需位错导致的压痕实验尺度效应

$$H = P / (\pi(\tan(\theta)h_c)^2)$$



Bucaille et al. (Mater. Sci. Eng. A, 2004)

Cao and Lu (J. Mech. Phys. Solids, 2005a; 2005b)

高弹性模量和屈服极限比的金属



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

几何必需位错导致的压痕实验尺度效应

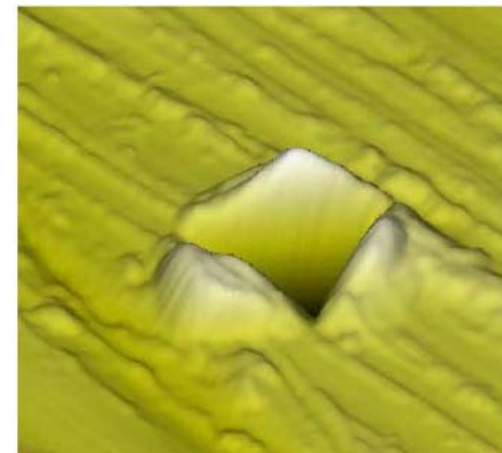
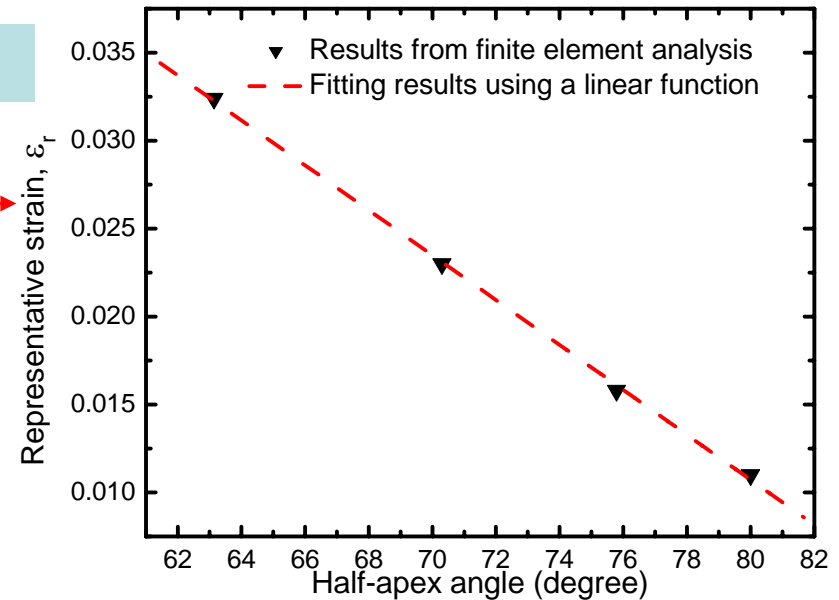
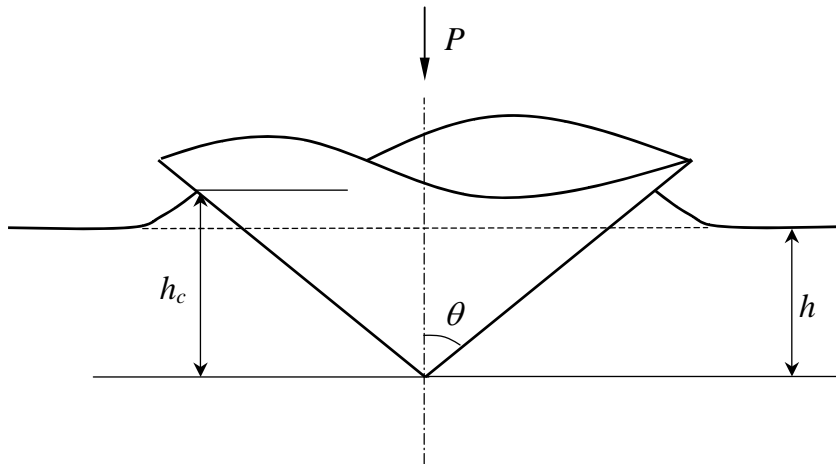
Cao, Xue, Chen and Raabe (*Scripta Mater.*, 2008)

$$H_n = 4.4\sigma_r \rightarrow \sigma_r = K\varepsilon_r^n$$

Tabor (1950s) $\rightarrow H/\sigma_r = 2.8$

$$H_n = P / (\pi(\tan(\theta)h)^2)$$

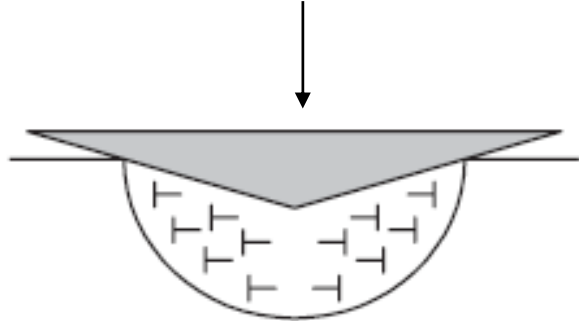
$$H = P / (\pi(\tan(\theta)h_c)^2)$$



弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

几何必需位错导致的压痕实验尺度效应

Nix and Gao (*JMPS*, 1998)



Durst et al. (*Scripta Mater.*, 2005)

$$\rho_{GND} = \frac{3}{2 \tan^2(\theta) b h} \quad \rho_{GND,m} = \frac{3}{2 \tan^2(\theta) b h} \frac{1}{f^3}$$

$$\begin{aligned} H_0 &= 3\sigma_{r,0} \\ H &= 3\sigma_r \\ \sigma_{r,0} &= \sqrt{3Gab}\sqrt{\rho_s} \\ \sigma_r &= \sqrt{3Gab}\sqrt{\rho_s + \rho_{GND,m}} \\ H_{n,0} &= 4.4\sigma_{r,0} \\ H_n &= 4.4\sigma_r \end{aligned}$$

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{1 + \frac{h_{NG}^*}{h}} \quad (\text{Nix and Gao, 1998})$$

$$\frac{H_n}{H_n^0} = \sqrt{1 + \frac{\rho_{GND,m}}{\rho_s}} \quad \frac{H_n}{H_n^0} = \sqrt{1 + \frac{h^*}{h}}$$

$$h^* = \frac{9}{2} \kappa_0^2 \frac{b\alpha^2}{\tan^2(\theta)} \frac{1}{f^3} \left(\frac{G}{H_n^0} \right)^2$$

Cao, Xue, Chen and Raabe (*Scripta Mater.*, 2008)

弹塑性材料（金属和合金）压痕实验分析

几何必需位错导致的压痕实验尺度效应

Present work

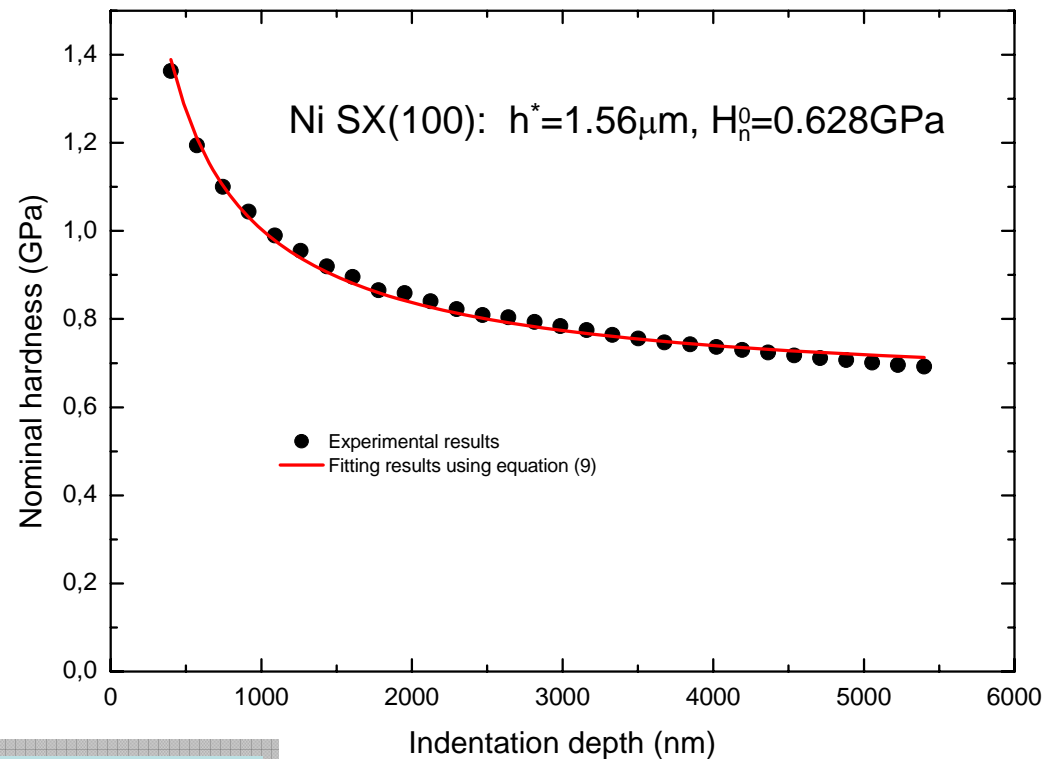
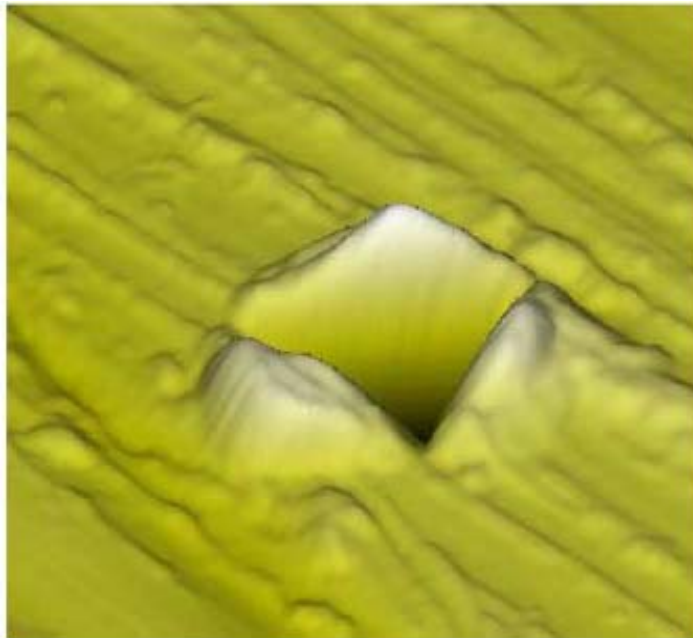
$$\frac{H_n}{H_n^0} = \sqrt{1 + \frac{h^*}{h}}$$

Nix and Gao (*JMPS*, 1998)

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{1 + \frac{h_{NG}^*}{h}}$$

$$H = P / (\pi (\tan(\theta) h_c)^2)$$

$$H_n = P / (\pi (\tan(\theta) h)^2)$$



Cao, Xue, Chen and Raabe (*Scripta Mater.*, 2008)

●黏弹性体（聚合物和生物材料）压痕实验分析方法研究

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆确定线性黏弹性体正则化松弛模量

$$\bar{E}(t) = \frac{E(t)}{E_0} = \left(1 - \sum_{i=1}^M \beta_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right)$$

Most organs and biological tissues are soft viscoelastic materials with elastic moduli ranging from on the order of 100 Pa for the brain to 100 000 Pa for soft cartilage ([Janmey et al., Soft Matter, 2007](#))

先进聚合物作为阻尼材料(Suhr et al., Nature Mater.,2005; Biggerstaff et al., J. Compos. Mater., 1999; Kosamata and Liguore, J. Aerospace Eng.,1993)

$$\eta = \frac{E_l}{E_s} = \frac{\sum_{i=1}^M \beta_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}{1 - \sum_{i=1}^M \beta_i + \sum_{i=1}^M \beta_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}}$$

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

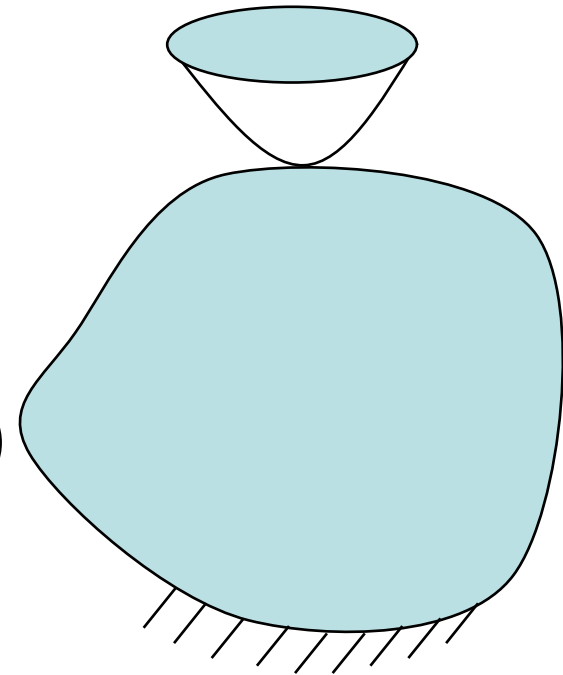
◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

$$S_{indenter} = f_1(c_0, c_1, c_2, \dots, c_m)$$
$$S_{solid} = f_2(d_0, d_1, d_2, \dots, d_l)$$

$$P = g(h, E, \nu, c_0, c_1, c_2, \dots, c_M, d_0, d_1, d_2, \dots, d_L)$$

$$[c_i] = [h]^{R_i} \quad [d_j] = [h]^{r_j}$$

$$P = Eh^2 \Pi \left(\nu, \frac{c_0}{h^{R_0}}, \frac{c_1}{h^{R_1}}, \frac{c_2}{h^{R_2}}, \dots, \frac{c_M}{h^{R_M}}, \frac{d_0}{h^{r_0}}, \frac{d_1}{h^{r_1}}, \frac{d_2}{h^{r_2}}, \dots, \frac{d_L}{h^{r_L}} \right)$$



(Cao, Ji, Feng, [Philosophical Magazine](#), 2010)

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

(Radok 1957, Hunter 1960, Lee and Radok 1960, Ting 1966, 1968; Yang 1966, Sakai 2002, 2006)

$$P(t) = \int_0^t E(t - \tau) d\Psi$$

$$\Psi = h^2 \Pi \left(\nu, \frac{c_0}{h^{R_0}}, \frac{c_1}{h^{R_1}}, \frac{c_2}{h^{R_2}}, \dots, \frac{c_M}{h^{R_M}}, \frac{d_0}{h^{r_0}}, \frac{d_1}{h^{r_1}}, \frac{d_2}{h^{r_2}}, \dots, \frac{d_L}{h^{r_L}} \right)$$

$$P(t) = \int_0^t E(t - \tau) \frac{d\Psi}{dh} \frac{dh}{d\tau} d\tau$$

$$P(t) = \int_0^t E(t - \tau) \frac{d\Psi}{dh} h_0 \delta(\tau) d\tau$$

$$h = \begin{cases} h_0 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

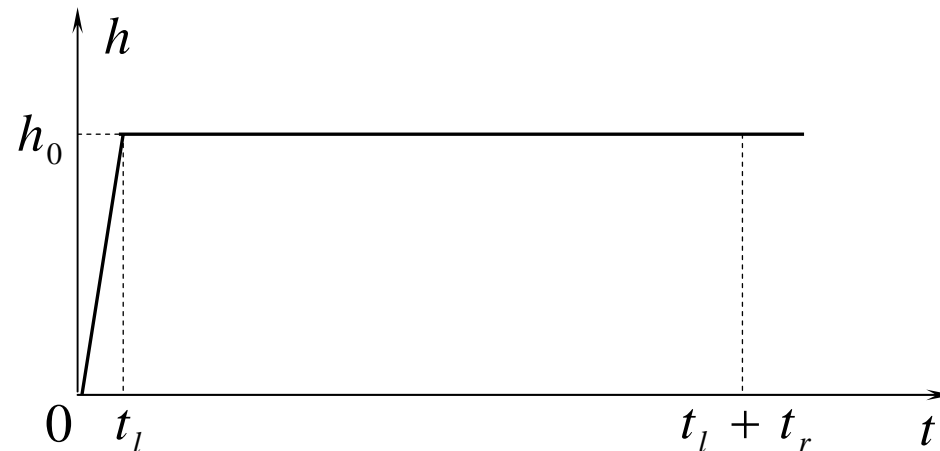
$$P(t) = E(t) h_0 \left. \frac{d\Psi}{dh} \right|_{h_0}$$

$$\bar{E}(t) = \frac{P(t)}{P(0)}$$

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

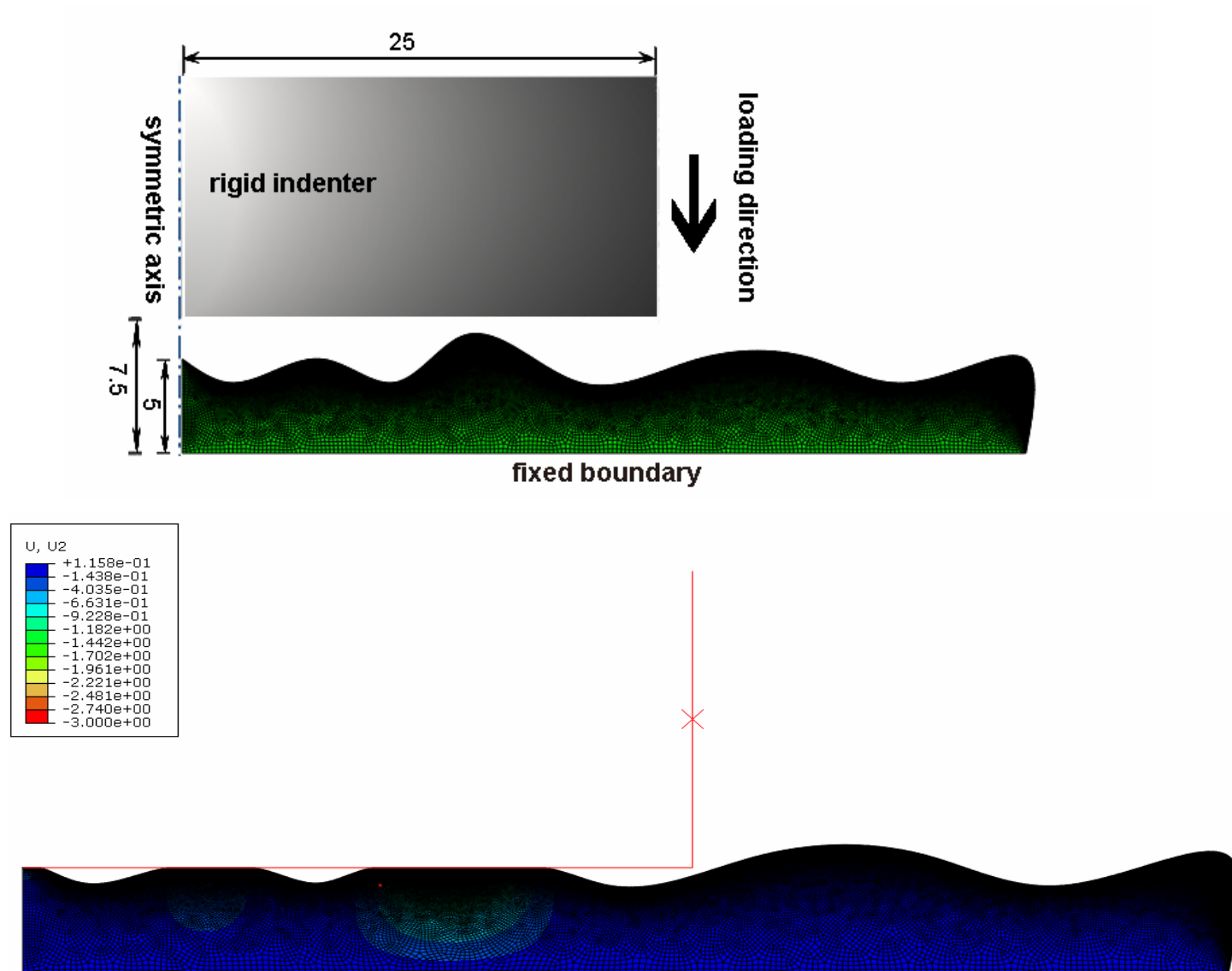
Materials	$E(t) / E_0$
Mat1	$E_1(t) / E_0 = 1 - 0.5(1 - e^{-t})$
Mat2	$E_2(t) / E_0 = 1 - 0.35(1 - e^{-t/0.5}) - 0.35(1 - e^{-t})$
Mat3	$E_3(t) / E_0 = 1 - 0.6(1 - e^{-t/0.3}) - 0.3(1 - e^{-t})$



黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

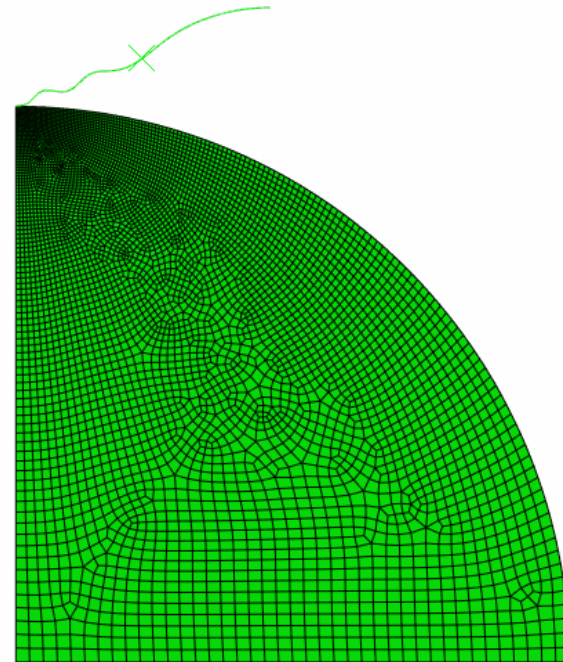
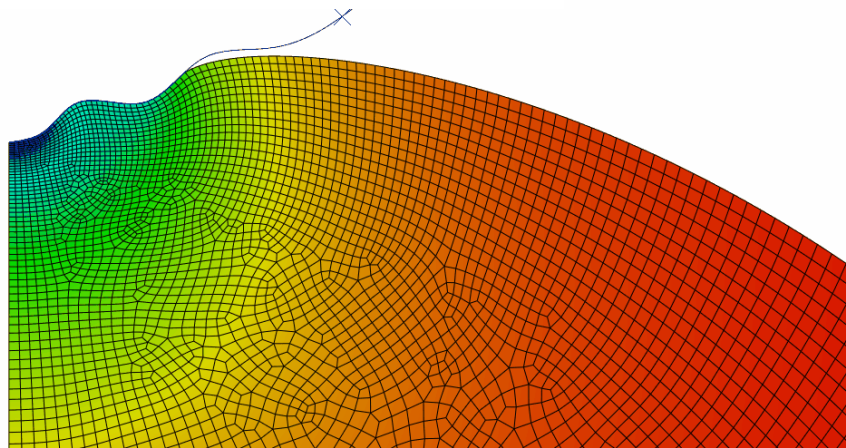
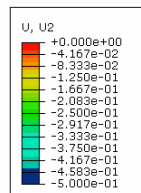
例 1



黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

例 2

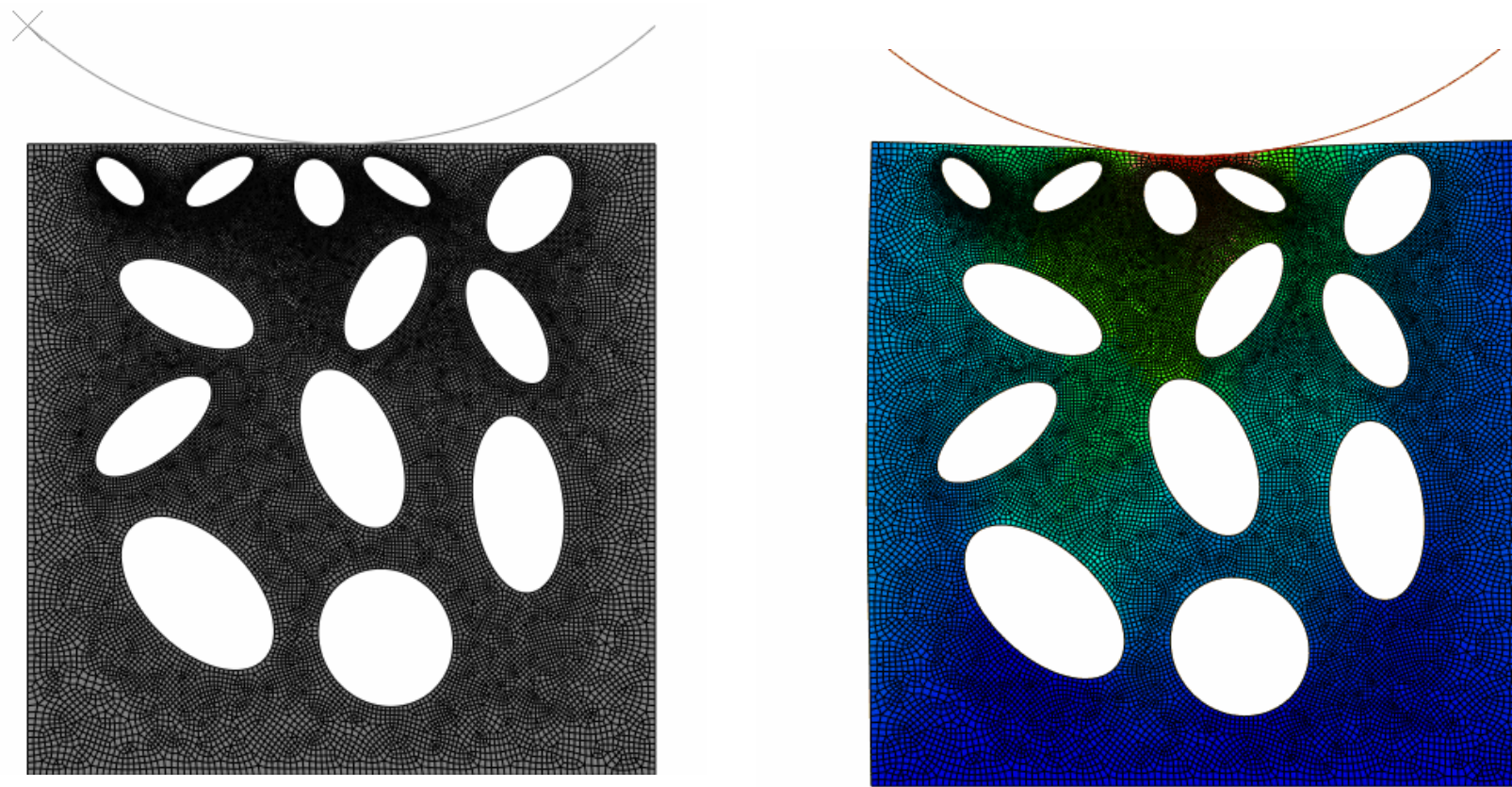


(Cao, Ji, Feng, Philosophical Magazine, 2010)

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

例 3

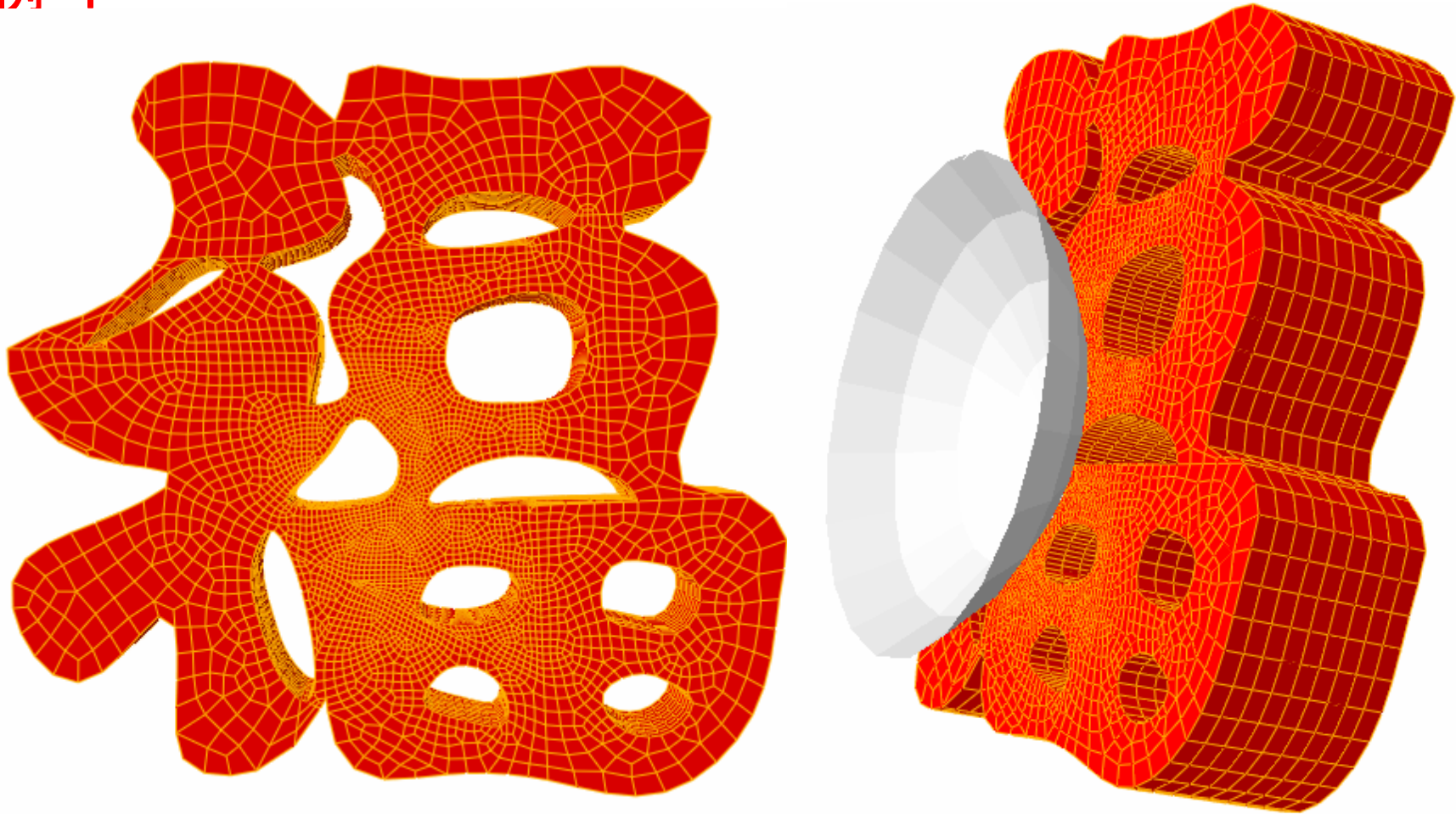


(Cao, Ji, Feng, Philosophical Magazine, 2010)

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

例 4

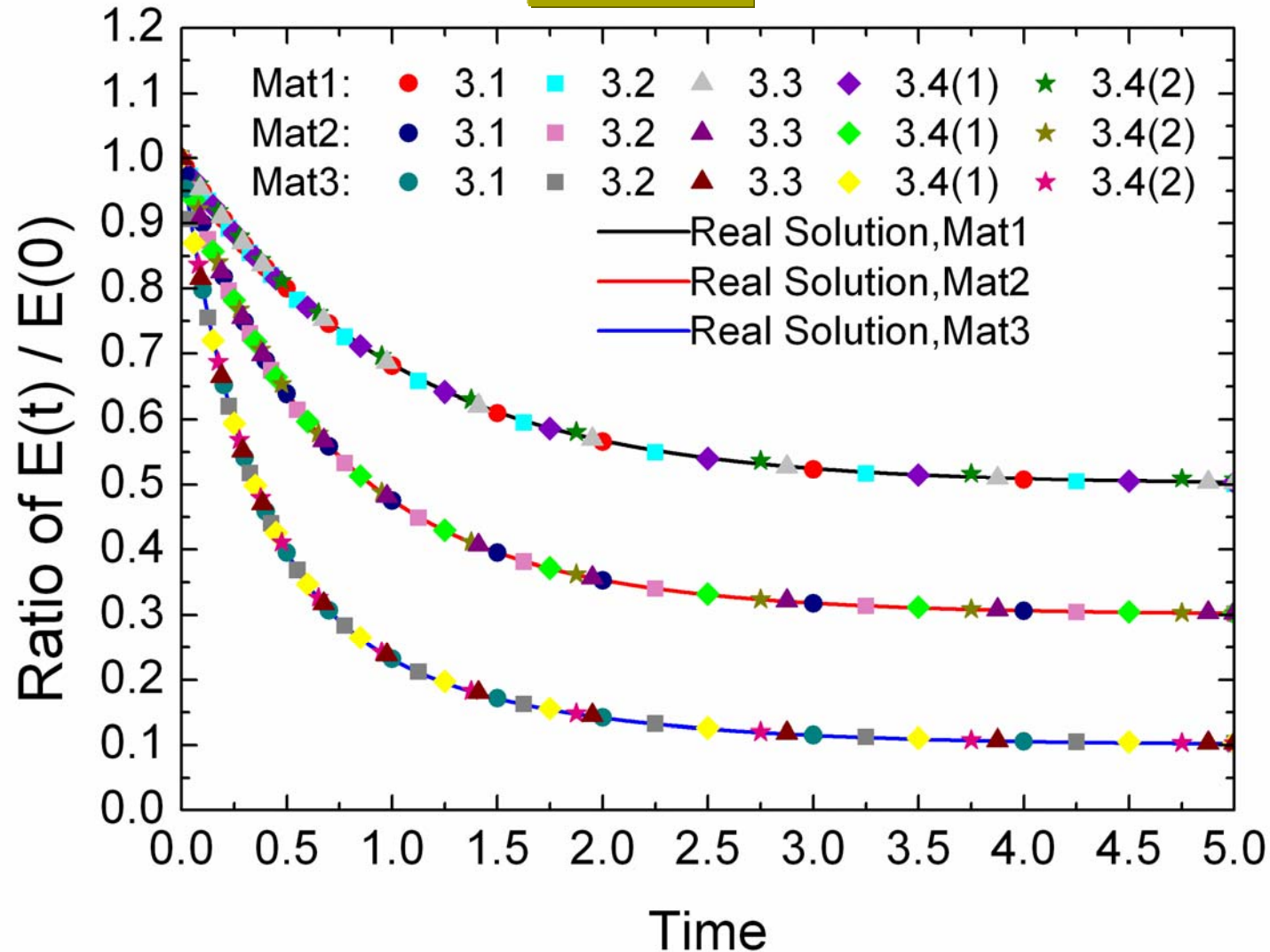


(Cao, Ji, Feng, Philosophical Magazine, 2010)

黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

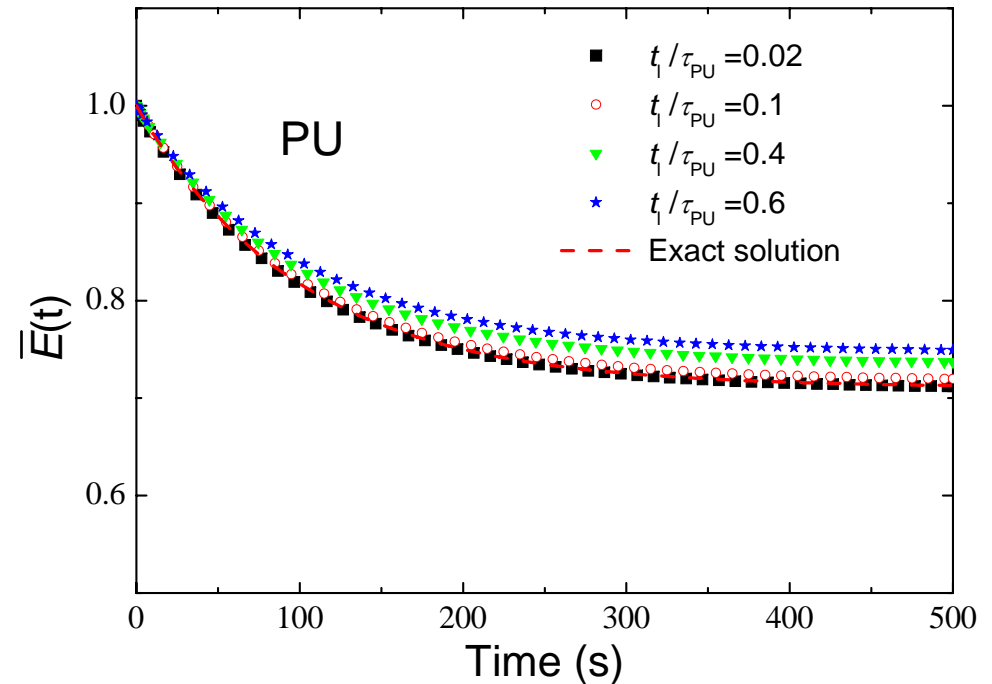
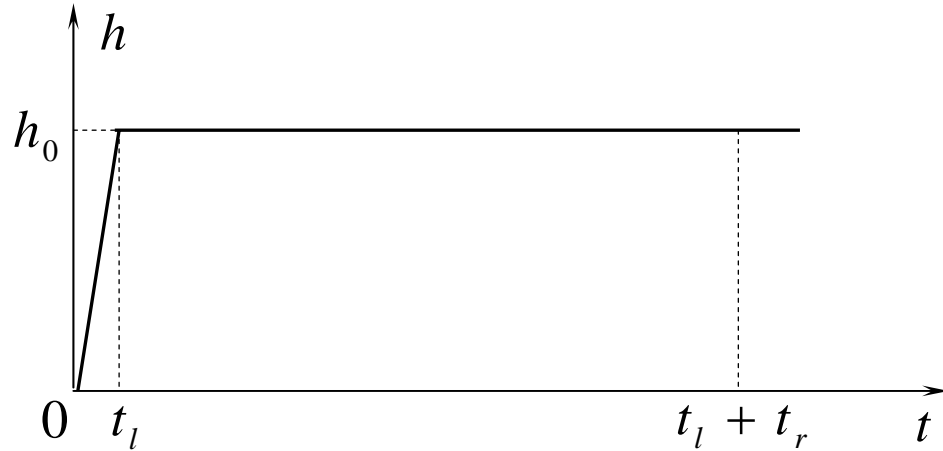
◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量

$$\bar{E}(t) = \frac{P(t)}{P(0)}$$



黏弹性（某些聚合物和生物材料）压痕实验分析

◆ 确定线性黏弹性体正则化松弛模量



(Cao, Ji, Feng, Philosophical Magazine, 2010)

小结

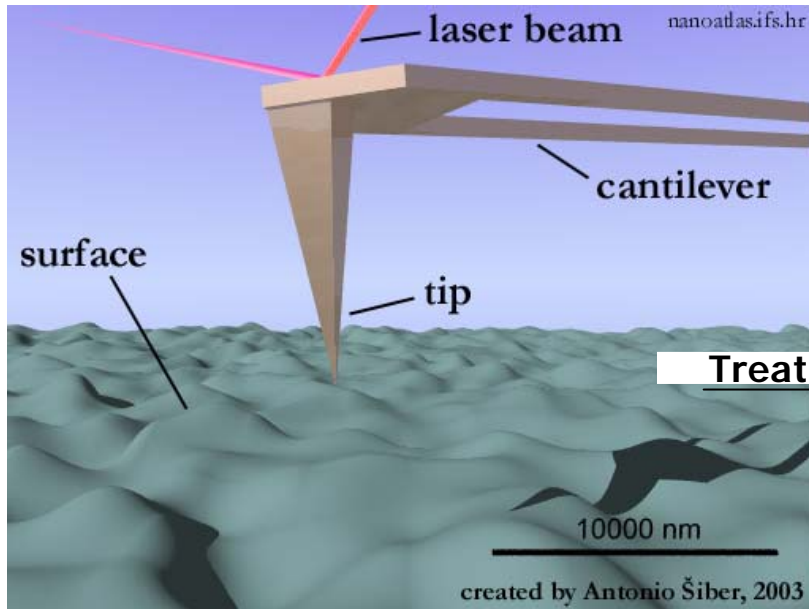
1 $\varepsilon_r = g_2 \left(\frac{W_e}{W_t} \right) \longrightarrow \frac{\sigma_r}{C} = f_2 \left(\frac{W_e}{W_t} \right)$

$H_n = 4.4\sigma_r \longrightarrow \frac{H_n}{H_n^0} = \sqrt{1 + \frac{h^*}{h}}$

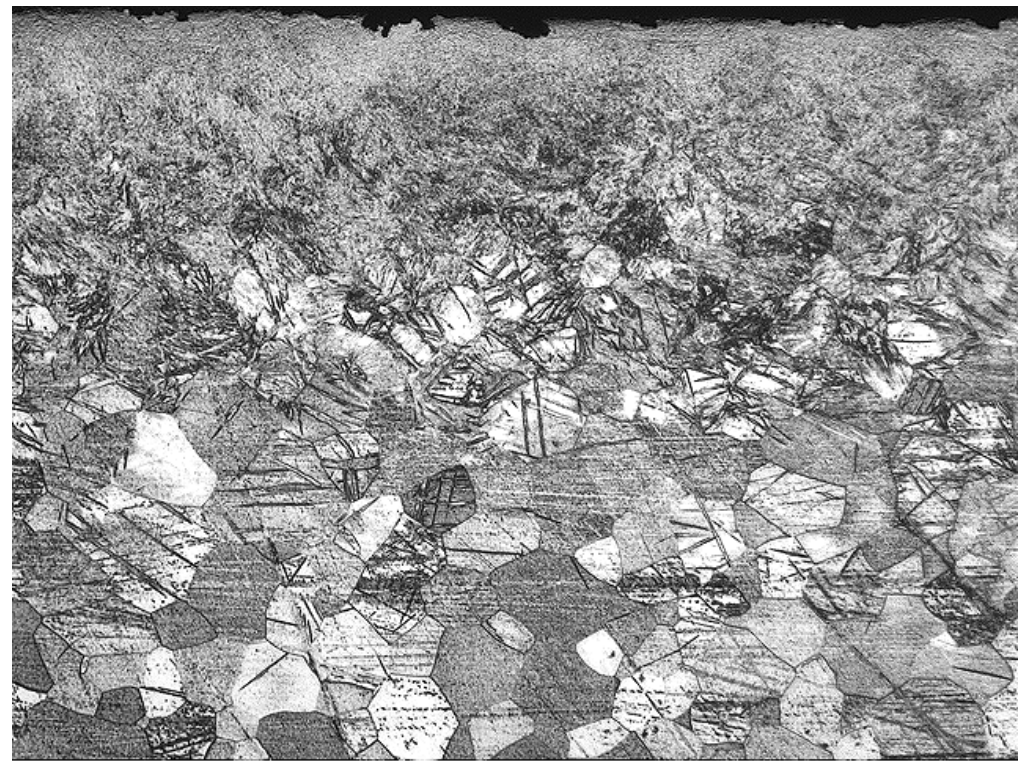
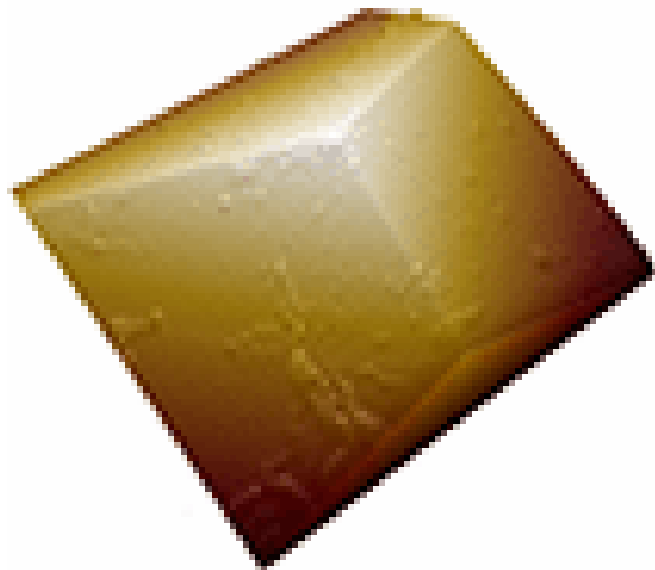
2 $\bar{E}(t) = \frac{P(t)}{P(0)} \longrightarrow$ 独立于压头和试样的几何

3 $P = P_m + \Delta P \sin(\omega t) \quad (t \geq 0)$
 $h(t) = h_m + \Delta h \sin(\omega t - \phi_{indent}) \longrightarrow \eta = \tan \phi_{indent}$

问题:



Treated surface



Zhu et al. (*Acta Mater.*, 2004)

致谢:

法国香槟大区，德国洪堡基金会，德国马普协会，自然科学基金委
科学部主任基金

法国特鲁瓦技术大学吕坚教授（香港理工机械工程系）

德国卡尔斯鲁厄研究中心 (FZK) 和GKSS研究中心的N. Huber教授

德国杜塞尔多夫马普所 (MPIE) D. Raabe教授

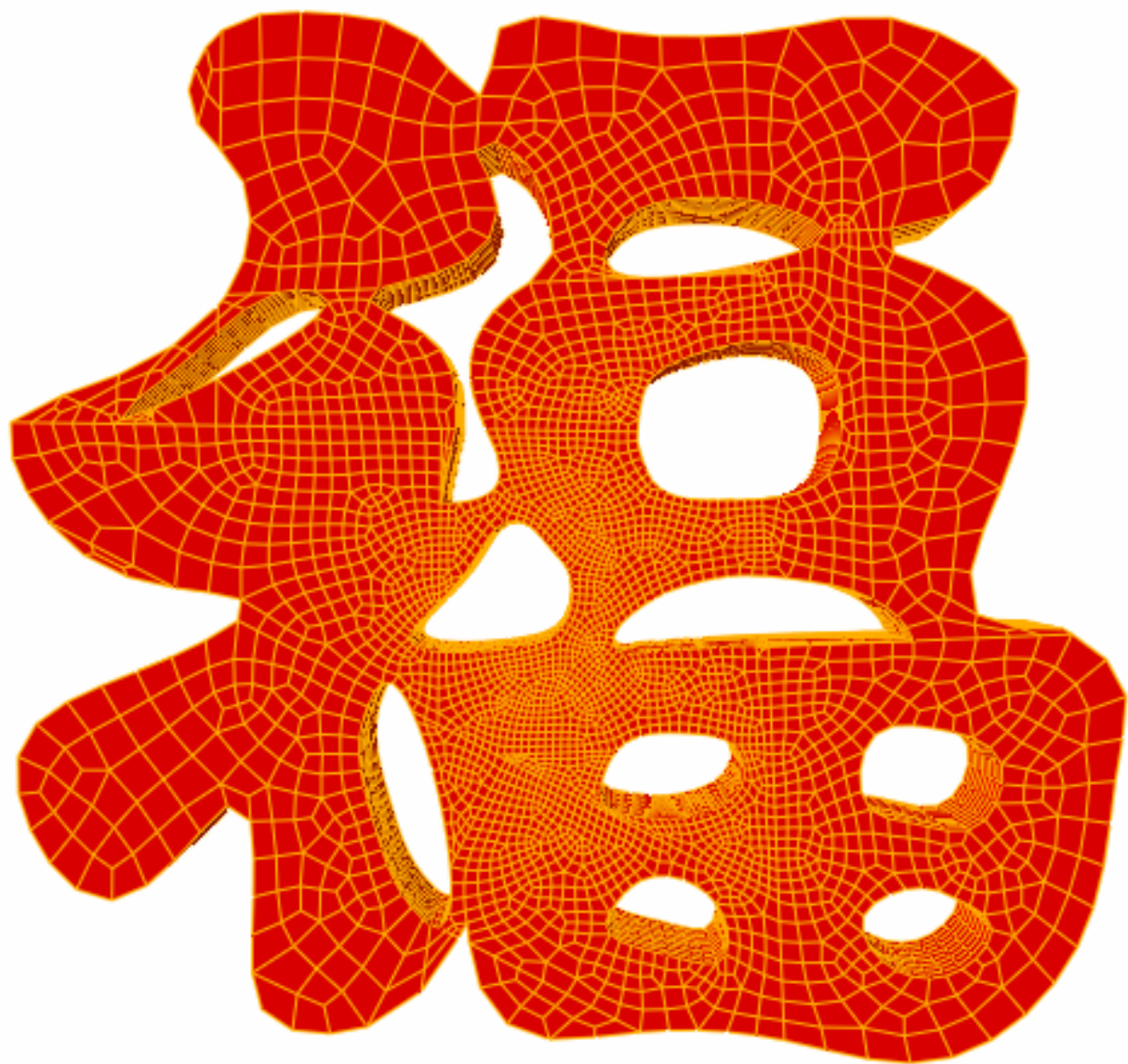
美国斯伦贝谢（Schlumberger）公司薛振宇博士

美国哥伦比亚大学陈曦博士

清华大学工程力学系冯西桥教授

清华大学工程力学系季湘樱同学

谢谢大家!



声明

本课件的部分资源与内容直接或间接地源自互联网及国内外期刊的学术论文等处,并根据实际情况进行了调整与编辑,目的谨为表述本报告内相关内容之用,版权归原作者所有,特向版权所有者表示诚挚感谢!